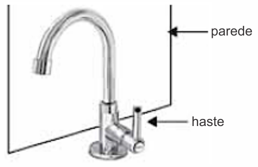
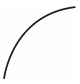
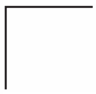
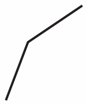
1. (Enem PPL 2018) Uma torneira do tipo 1/4 de volta é mais econômica, já que seu registro abre e fecha bem mais rapidamente do que o de uma torneira comum. A figura de uma torneira do tipo 1/4 de volta tem um ponto preto marcado na extremidade da haste de seu registro, que se encontra na posição fechado, e, para abri-lo completamente é necessário girar a haste 1/4 de volta no sentido anti-horário. Considere que a haste esteja paralela ao plano da parede.

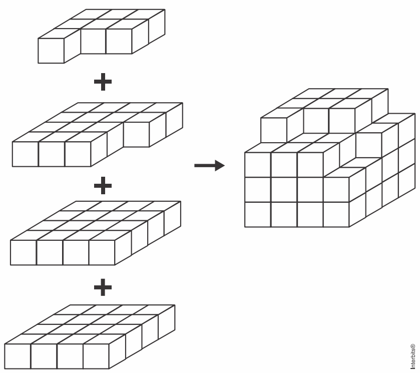


Disponível em: www.furkin.com.br.
Acesso em: 13 nov. 2014.

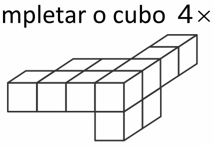
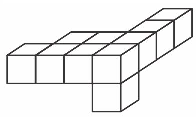
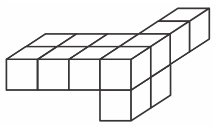
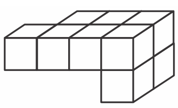
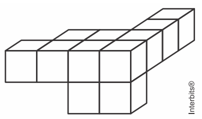
Qual das imagens representa a projeção ortogonal, na parede, da trajetória traçada pelo ponto preto quando o registro é aberto completamente?

a)  b)  c)  d)  e)

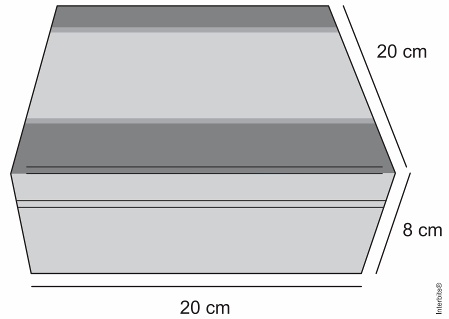
2. (Enem 2018) *Minecraft* é um jogo virtual que pode auxiliar no desenvolvimento de conhecimentos relacionados a espaço e forma. É possível criar casas, edifícios, monumentos e até naves espaciais, tudo em escala real, através do empilhamento de cubinhos. Um jogador deseja construir um cubo com dimensões $4 \times 4 \times 4$. Ele já empilhou alguns dos cubinhos necessários, conforme a figura.



Os cubinhos que ainda faltam empilhar para finalizar a construção do cubo, juntos, formam uma peça única, capaz de completar a tarefa. O formato da peça capaz de completar o cubo $4 \times 4 \times 4$ é

a) 
b) 
c) 
d) 
e) 

3. (Enem PPL 2018) Uma fábrica comercializa chocolates em uma caixa de madeira, como na figura.



A caixa de madeira tem a forma de um paralelepípedo reto-retângulo cujas dimensões externas, em centímetro, estão indicadas na figura. Sabe-se também que a espessura da madeira, em todas as suas faces, é de $0,5$ cm.

Qual é o volume de madeira utilizado, em centímetro cúbico, na construção de uma caixa de madeira como a descrita para embalar os chocolates?

a) 654. b) 666. c) 673. d) 681. e) 693.

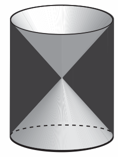
4. (Enem 2018) Um artesão possui potes cilíndricos de tinta cujas medidas externas são 4 cm de diâmetro e 6 cm de altura. Ele pretende adquirir caixas organizadoras para armazenar seus potes de tinta, empilhados verticalmente com tampas voltadas para cima, de forma que as caixas possam ser fechadas.
No mercado, existem cinco opções de caixas organizadoras, com tampa, em formato de paralelepípedo reto retângulo, vendidas pelo mesmo preço, possuindo as seguintes dimensões internas:

Modelo	Comprimento (cm)	Largura (cm)	Altura (cm)
I	8	8	40
II	8	20	14
III	18	5	35
IV	20	12	12
V	24	8	14

Qual desses modelos o artesão deve adquirir para conseguir armazenar o maior número de potes por caixa?

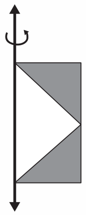
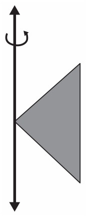
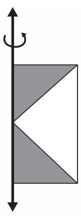
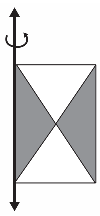
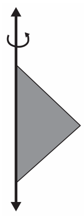
a) I b) II c) III d) IV e) V

5. (Enem PPL 2018) A figura mostra uma anticlepsidra, que é um sólido geométrico obtido ao se retirar dois cones opostos pelos vértices de um cilindro equilátero, cujas bases coincidam com as bases desse cilindro. A anticlepsidra pode ser considerada, também, como o sólido resultante da rotação de uma figura plana em torno de um eixo.

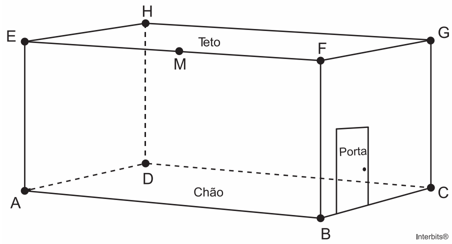


Disponível em: www.klickeducacao.com.br.
Acesso em: 12 dez. 2012 (adaptado).

A figura plana cuja rotação em torno do eixo indicado gera uma anticlepsidra como a da figura acima é

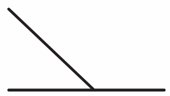
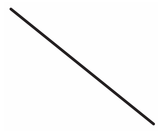
a)  b)  c)  d)  e) 

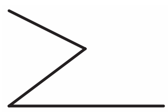
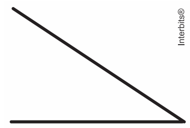
6. (Enem PPL 2017) Uma lagartixa está no interior de um quarto e começa a se deslocar. Esse quarto, apresentando o formato de um paralelepípedo retangular, é representado pela figura.



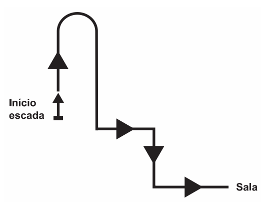
A lagartixa parte do ponto B e vai até o ponto A. A seguir, de A ela se desloca, pela parede, até o ponto M, que é o ponto médio do segmento EF. Finalmente, pelo teto, ela vai do ponto M até o ponto H. Considere que todos esses deslocamentos foram feitos pelo caminho de menor distância entre os respectivos pontos envolvidos.

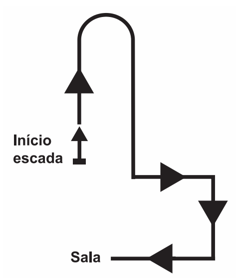
A projeção ortogonal desses deslocamentos no plano que contém o chão do quarto é dado por:

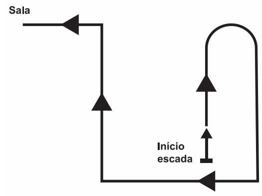
a) b)  c) 

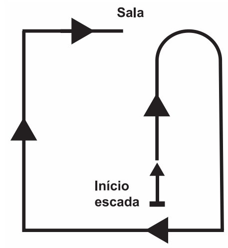
d)  e) 

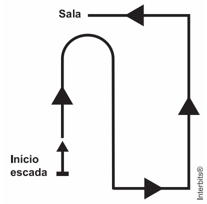
7. (Enem PPL 2017) Uma pessoa pede informação na recepção de um prédio comercial de como chegar a uma sala, e recebe as seguintes instruções: suba a escada em forma de U à frente, ao final dela vire à esquerda, siga um pouco à frente e em seguida vire à direita e siga pelo corredor. Ao final do corredor, vire à direita.
Uma possível projeção vertical dessa trajetória no plano da base do prédio é:

a) 

b) 

c) 

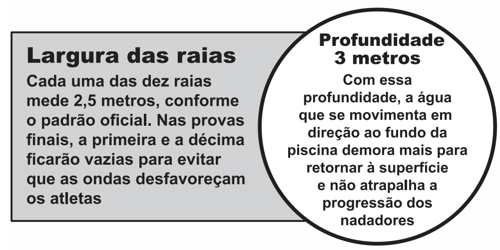
d) 

e) 

8. (Enem PPL 2017) O hábito cristalino é um termo utilizado por mineralogistas para descrever a aparência típica de um cristal em termos de tamanho e forma. A granada é um mineral cujo hábito cristalino é um poliedro com 30 arestas e 20 vértices. Um mineralogista construiu um modelo ilustrativo de um cristal de granada pela junção dos polígonos correspondentes às faces.

Supondo que o poliedro ilustrativo de um cristal de granada é convexo, então a quantidade de faces utilizadas na montagem do modelo ilustrativo desse cristal é igual a
a) $10.$ b) $12.$ c) $25.$ d) $42.$ e) $50.$

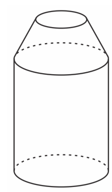
9. (Enem PPL 2017) Para a Olimpíada de 2012, a piscina principal do Centro Aquático de Londres, medindo 50 metros de comprimento, foi remodelada para ajudar os atletas a melhorar suas marcas. Observe duas das melhorias:



Veja, n. 2 278, jul. 2012 (adaptado).

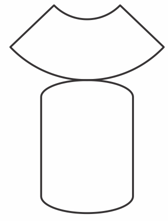
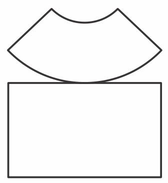
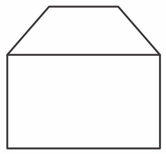
A capacidade da piscina em destaque, em metro cúbico, é igual a
a) $3.750.$ b) $1.500.$ c) $1.250.$ d) $375.$ e) $150.$

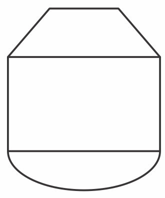
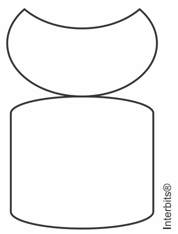
10. (Enem (Libras) 2017) Para divulgar sua marca, uma empresa produziu um porta-canetas de brinde, na forma do sólido composto por um cilindro e um tronco de cone, como na figura.



Para recobrir toda a superfície lateral do brinde, essa empresa encomendará um adesivo na forma planificada dessa superfície.

Que formato terá esse adesivo?

a) 
b) 
c) 

d) 
e) 

11. (Enem (Libras) 2017) Com o objetivo de reformar os tambores cilíndricos de uma escola de samba, um alegorista decidiu colar adereços plásticos na forma de losango, como ilustrado na Figura 1, nas faces laterais dos tambores. Nesta colagem, os vértices opostos P e Q do adereço deverão pertencer às circunferências do topo e da base do tambor cilíndrico, respectivamente, e os vértices opostos R e S deverão coincidir após a colagem do adereço no tambor, conforme ilustra a Figura 2. Considere que o diâmetro do cilindro correspondente ao tambor meça $0,4$ metro. Utilize $3,1$ como aproximação para π.

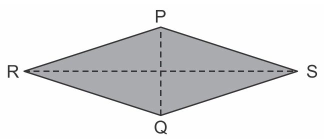


Figura 1

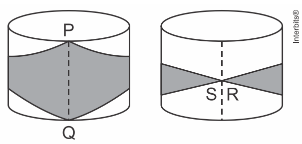
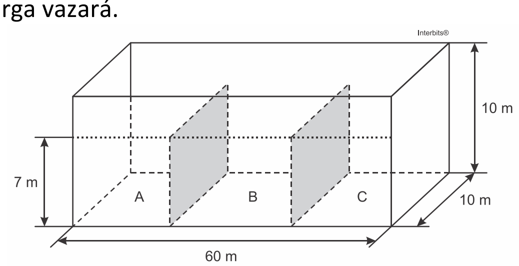


Figura 2

A diagonal RS do adereço a ser confeccionado pelo alegorista deve medir, em metro,

a) $0,124$. b) $0,400$. c) $0,496$. d) $1,240$. e) $2,480$.

12. (Enem 2016) Um petroleiro possui reservatório em formato de um paralelepípedo retangular com as dimensões dadas por $60\text{ m} \times 10\text{ m}$ de base e 10 m de altura. Com o objetivo de minimizar o impacto ambiental de um eventual vazamento, esse reservatório é subdividido em três compartimentos, A, B e C, de mesmo volume, por duas placas de aço retangulares com dimensões de 7 m de altura e 10 m de base, de modo que os compartimentos são interligados, conforme a figura. Assim, caso haja rompimento no casco do reservatório, apenas uma parte de sua carga vazará.

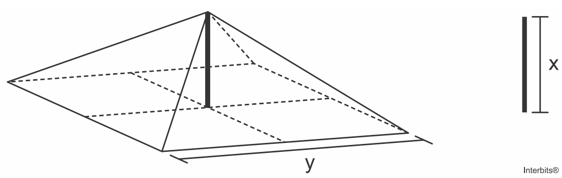


Suponha que ocorra um desastre quando o petroleiro se encontra com sua carga máxima: ele sofre um acidente que ocasiona um furo no fundo do compartimento C.
Para fins de cálculo, considere desprezíveis as espessuras das placas divisórias.

Após o fim do vazamento, o volume de petróleo derramado terá sido de

a) $1,4 \times 10^3\text{ m}^3$ b) $1,8 \times 10^3\text{ m}^3$ c) $2,0 \times 10^3\text{ m}^3$
d) $3,2 \times 10^3\text{ m}^3$ e) $6,0 \times 10^3\text{ m}^3$

13. (Enem PPL 2016) A cobertura de uma tenda de lona tem formato de uma pirâmide de base quadrada e é formada usando quatro triângulos isósceles de base y. A sustentação da cobertura é feita por uma haste de medida x. Para saber quanto de lona deve ser comprado, deve-se calcular a área da superfície da cobertura da tenda.



A área da superfície da cobertura da tenda, em função de y e x, é dada pela expressão

a) $2y\sqrt{x^2 + \dfrac{y^2}{4}}$ b) $2y\sqrt{x^2 + \dfrac{y^2}{2}}$ c) $4y\sqrt{x^2 + y^2}$

d) $4\sqrt{x^2 + \dfrac{y^2}{4}}$ e) $4\sqrt{x^2 + \dfrac{y^2}{2}}$

14. (Enem PPL 2016) A figura mostra a pirâmide de Quéops, também conhecida como a Grande Pirâmide. Esse é o monumento mais pesado que já foi construído pelo homem da Antiguidade. Possui aproximadamente $2,3$ milhões de blocos de rocha, cada um pesando em média $2,5$ toneladas. Considere que a pirâmide de Quéops seja regular, sua base seja um quadrado com lados medindo 214 m, as faces laterais sejam triângulos isósceles congruentes e suas arestas laterais meçam 204 m.

Disponível em: www.mauroweigel.blogspot.com.
Acesso em: 23 nov. 2011.

O valor mais aproximado para a altura da pirâmide de Quéops, em metro, é

a) $97,0$. b) $136,8$. c) $173,7$. d) $189,3$. e) $240,0$.

15. (Enem PPL 2016) Na reforma e estilização de um instrumento de percussão, em formato cilíndrico (bumbo), será colada uma faixa decorativa retangular, como a indicada na Figura 1, suficiente para cobrir integralmente, e sem sobra, toda a superfície lateral do instrumento.

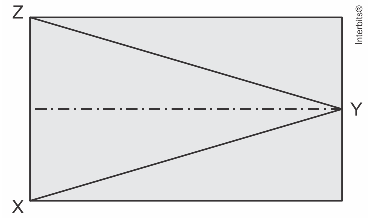
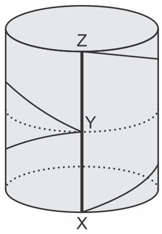
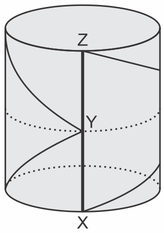
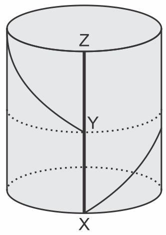


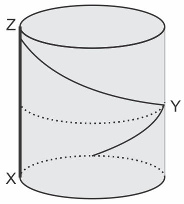
Figura 1

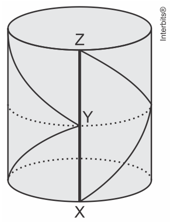
Como ficará o instrumento após a colagem?

a) 

b) 

c) 

d) 

e) 

16. (Enem 2ª aplicação 2016) A bocha é um esporte jogado em canchas, que são terrenos planos e nivelados, limitados por tablados perimétricos de madeira. O objetivo desse esporte é lançar bochas, que são bolas feitas de um material sintético, de maneira a situá-las o mais perto possível do bolim, que é uma bola menor feita, preferencialmente, de aço, previamente lançada.

A Figura 1 ilustra uma bocha e um bolim que foram jogados em uma cancha. Suponha que um jogador tenha lançado uma bocha, de raio 5 cm, que tenha ficado encostada no bolim, de raio 2 cm, conforme ilustra a Figura 2.

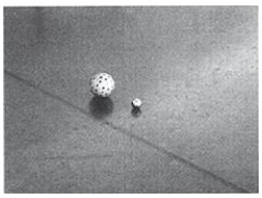


Figura 1

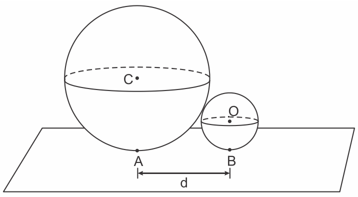


Figura 2

Considere o ponto C como o centro da bocha, e o ponto O como o centro do bolim. Sabe-se que A e B são os pontos em que a bocha e o bolim, respectivamente, tocam o chão da cancha, e que a distância entre A e B é igual a d.

Nessas condições, qual a razão entre d e o raio do bolim?

a) 1 b) $\dfrac{2\sqrt{10}}{5}$ c) $\dfrac{\sqrt{10}}{2}$ d) 2 e) $\sqrt{10}$

17. (Enem 2ª aplicação 2016) Uma indústria de perfumes embala seus produtos, atualmente, em frascos esféricos de raio R, com volume dado por $\dfrac{4}{3}\pi \cdot (R)^3$.

Observou-se que haverá redução de custos se forem utilizados frascos cilíndricos com raio da base $\dfrac{R}{3}$, cujo volume será dado por $\pi\left(\dfrac{R}{3}\right)^2 \cdot h$, sendo h a altura da nova embalagem.

Para que seja mantida a mesma capacidade do frasco esférico, a altura do frasco cilíndrico (em termos de R) deverá ser igual a

a) $2R$. b) $4R$. c) $6R$. d) $9R$. e) $12R$.

18. (Enem PPL 2015) Uma fábrica que trabalha com matéria-prima de fibra de vidro possui diversos modelos e tamanhos de caixa-d'água. Um desses modelos é um prisma reto com base quadrada. Com o objetivo de modificar a capacidade de armazenamento de água, está sendo construído um novo modelo, com as medidas das arestas da base duplicadas, sem a alteração da altura, mantendo a mesma forma.

Em relação ao antigo modelo, o volume do novo modelo é

a) oito vezes maior.
b) quatro vezes maior.
c) duas vezes maior.
d) a metade.
e) a quarta parte.

Gabarito:

Resposta da questão 1: [A]

Girando a haste $\frac{1}{4}$ de volta no sentido anti-horário, o ponto preto descreverá um arco de $\frac{1}{4}\cdot 360^\circ = 90^\circ$. Logo, a imagem que melhor representa a projeção ortogonal da trajetória traçada pelo ponto preto é a da alternativa [A].

Resposta da questão 2: [A]

O número de cubinhos ausentes é igual a $9+2=11$. Logo, as únicas alternativas possíveis seriam [A] e [E]. Contudo, a face lateral direita apresenta seis cubinhos ausentes e, assim, só pode ser a alternativa [A].

Resposta da questão 3: [C]

O resultado é igual a

$$\begin{aligned} 20\cdot 20\cdot 8 - 19\cdot 19\cdot 7 &= 3200 - 2527 \\ &= 673\,\text{cm}^3. \end{aligned}$$

Resposta da questão 4: [D]

O número máximo de potes em cada caixa é dado por

$$\left[\frac{8}{4}\right]\cdot\left[\frac{8}{4}\right]\cdot\left[\frac{40}{6}\right] = 2\cdot 2\cdot 6 = 24,$$

$$\left[\frac{8}{4}\right]\cdot\left[\frac{20}{4}\right]\cdot\left[\frac{14}{6}\right] = 2\cdot 5\cdot 2 = 20,$$

$$\left[\frac{18}{4}\right]\cdot\left[\frac{5}{4}\right]\cdot\left[\frac{35}{6}\right] = 4\cdot 1\cdot 5 = 20,$$

$$\left[\frac{20}{4}\right]\cdot\left[\frac{12}{4}\right]\cdot\left[\frac{12}{6}\right] = 5\cdot 3\cdot 2 = 30$$

e

$$\left[\frac{24}{4}\right]\cdot\left[\frac{8}{4}\right]\cdot\left[\frac{14}{6}\right] = 6\cdot 2\cdot 2 = 24.$$

Portanto, ele deve adquirir o modelo IV.

Observação: $[x]$ denota o maior inteiro menor do que ou igual a x.

Resposta da questão 5: [B]

Considerando o plano paralelo às geratrizes do cilindro, contendo os vértices dos cones, podemos afirmar que a resposta é a figura da alternativa [B].

Resposta da questão 6: [B]

Sendo B, A e M coplanares, a projeção ortogonal do deslocamento de A para M está contida no segmento AB. Ademais, a projeção ortogonal do deslocamento de M para H sobre o chão do quarto corresponde a um segmento de reta oblíquo em relação a AB, cuja origem é o ponto M', médio de AB, e cuja extremidade é o ponto D, projeção de H sobre o plano ABC.

Resposta da questão 7: [B]

Ao final da escada a pessoa deverá virar para o leste, seguir em frente e, a seguir, deslocar-se rumo ao sul. Ao fim do corredor, tomará a direção oeste. Logo, uma possível projeção vertical dessa trajetória no plano da base do prédio é apresentada na alternativa [B].

Resposta da questão 8: [B]

Sendo $V=20$ e $A=30$, pelo Teorema de Euler, segue que

$$\begin{aligned} V - A + F = 2 &\Leftrightarrow 20 - 30 + F = 2 \\ &\Leftrightarrow F = 12. \end{aligned}$$

Portanto, a quantidade de faces utilizadas na montagem do modelo ilustrativo desse cristal é igual a 12.

Resposta da questão 9: [A]

A capacidade da piscina, em metros cúbicos, é dada por $50\cdot 10\cdot 2{,}5\cdot 3 = 3750$.

Resposta da questão 10: [B]

Sabendo que a superfície lateral de um cilindro reto corresponde à superfície de um retângulo, e que a superfície lateral de um cone corresponde à superfície de um setor circular, podemos concluir que a única alternativa possível é a [B].

Resposta da questão 11: [D]

É imediato que $\overline{RS} = \pi\cdot 0{,}4 \cong 3{,}1\cdot 0{,}4 = 1{,}24\,\text{m}$.

Resposta da questão 12: [D]

O volume total de petróleo contido no reservatório é igual a

$$60\times 10\times 10 = 6{,}0\times 10^3\ \text{m}^3.$$

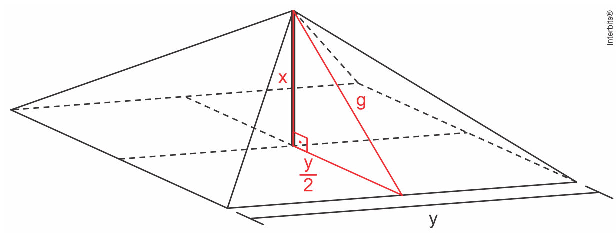
Desse volume, após o vazamento, restarão apenas

$$\frac{2}{3}\times 60\times 10\times 7 = 2{,}8\times 10^3\ \text{m}^3.$$

Em consequência, a resposta é $6{,}0\times 10^3 - 2{,}8\times 10^3 = 3{,}2\times 10^3\ \text{m}^3$.

Resposta da questão 13: [A]

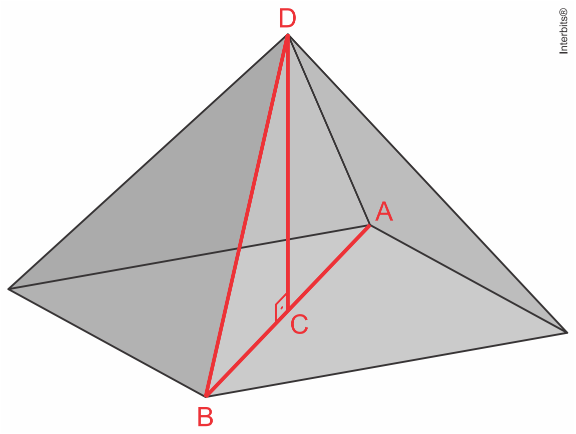
Calculando:



$$g^2 = x^2 + \left(\frac{y}{2}\right)^2 \Rightarrow g = \sqrt{x^2 + \frac{y^2}{4}}$$

$$S_{\text{lateral}} = \frac{4\cdot(y\cdot g)}{2} \Rightarrow S_{\text{lateral}} = 2y\cdot\left(\sqrt{x^2 + \frac{y^2}{4}}\right)$$

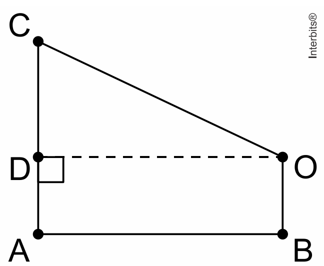
Resposta da questão 14: [B]
Calculando:



$$\overline{AB} = 214\sqrt{2}$$
$$\overline{BC} = \frac{214\sqrt{2}}{2} = 107\sqrt{2}$$
$$\overline{BD} = 204$$
$$\overline{BD}^2 = \overline{DC}^2 + \overline{BC}^2 \Rightarrow 204^2 = \overline{DC}^2 + \left(107\sqrt{2}\right)^2$$
$$\overline{DC}^2 = 41616 - 22898 \Rightarrow \overline{DC} = \sqrt{18718} \approx 136{,}8\text{ m}$$

Resposta da questão 15: [A]
Envolvendo o cilindro com o adesivo em questão este apresentará o ponto Y sobreposto ao ponto médio do segmento XZ. Portanto, a alternativa correta é a letra [A].

Resposta da questão 16: [E]
Considere a figura.



Seja D o pé da perpendicular baixada de O sobre AC. Assim, como $\overline{CD} = 3\text{cm}$ e $\overline{CO} = 7\text{cm}$, pelo Teorema de Pitágoras, obtemos
$$d^2 = 7^2 - 3^2 \Rightarrow d = 2\sqrt{10}\text{ cm}.$$

A resposta é $\frac{2\sqrt{10}}{2} = \sqrt{10}.$

Resposta da questão 17: [E]
Para que seja mantida a mesma capacidade do frasco esférico, a altura do frasco cilíndrico deverá ser tal que
$$\pi\left(\frac{R}{3}\right)^2 \cdot h = \frac{4}{3}\pi \cdot R^3 \Leftrightarrow h = 12R.$$

Resposta da questão 18: [B]
Sendo a o comprimento das arestas da base e b a altura, pode escrever:
$$V_{antigo} = a^2 \cdot b$$
$$V_{novo} = (2a)^2 \cdot b \rightarrow V_{novo} = 4a^2 \cdot b$$
$$V_{novo} = 4 \cdot V_{antigo}$$