



Professor responsável: Paulo Murillo

QUESTÃO 81

Numa competição de revezamento, duas bicicletas percorrem uma certa distância em 147 minutos. Sabe-se que a primeira foi 10% mais veloz que a segunda. Como percorreram distâncias iguais, quantos minutos gastou a primeira bicicleta?

- a) 75
- b) 70
- c) 77
- d) 87

$$V = \frac{\Delta s}{\Delta t} \leftrightarrow \Delta s = \Delta t \cdot V$$

$$\Delta s_1 = \Delta s_2 \quad \text{e} \quad V_1 = 1,10 \cdot V_2$$

$$\Delta t_1 \cdot V_1 = \Delta t_2 \cdot V_2 \rightarrow \Delta t_1 \cdot 1,10 \cdot V_2 = \Delta t_2 \cdot V_2$$

$$\begin{cases} \Delta t_2 = 1,10 \cdot \Delta t_1 \\ \Delta t_1 + \Delta t_2 = 147 \text{ min.} \end{cases}$$

$$\Delta t_1 = 147 : 2,10 = 70 \text{ min.}$$

QUESTÃO 82

No primeiro dia do ano, uma pessoa resolveu fazer uma poupança da seguinte maneira: colocar num cofrinho, uma moeda de 1 real no primeiro dia; dobrar essa quantia no segundo dia, ou seja, 2 moedas de 1 real, e assim por diante. Após 30 dias, quantas moedas essa pessoa terá?

- a) $2^{30} - 1$
- b) $2^{29} - 1$
- c) 2^{29}
- d) 2^{30}

PG de razão 2 e $a_1 = 1$

$$a_{30} = a_1 \cdot q^{29} = 1 \cdot 2^{29}$$

$$S_{30} = \frac{a_1 \cdot (q^{30} - 1)}{q - 1} = 2^{30} - 1$$

QUESTÃO 83

Calculando $(555\,555^2 - 444\,445^2)$ temos:

- a) $111\,110 \cdot 10^7$
- b) $111\,110 \cdot 10^6$
- c) $11\,111 \cdot 10^7$
- d) $11\,110 \cdot 10^6$

A diferença entre dois quadrados ($a^2 - b^2$) é igual ao produto da soma pela diferença $(a + b) \cdot (a - b)$. Logo,

$$\begin{aligned} 555555^2 - 444445^2 &= \\ &= (555555 + 444445) \cdot (555555 - 444445) \\ &= 1000000 \cdot 111110 \\ &= 10^6 \cdot 11111 \cdot 10^1 \\ &= 11111 \cdot 10^7 \end{aligned}$$

QUESTÃO 84

Quantos elementos possui o conjunto dos números naturais com quatro algarismos iniciados pelo algarismo 9, de tal forma que, lidos da esquerda para a direita, estão em ordem estritamente decrescente?

- a) 56
- b) 70
- c) 126
- d) 84

Quando, por exemplo, terminar em 0: 9 _ _ 0. Perceba que os 2 números centrais poderão ser números de 1 a 8, diferentes. Ao escolher os dois números para preencher o meio, não precisamos nos preocupar com as possíveis organizações dos mesmos, dado que só existe uma arrumação possível (o maior ir na frente). Dessa forma, quando termina em 0, teremos combinação de 8 escolhe 2. Analogamente, quando termina em 1, teremos combinação de 7 escolhe 2, quando termina em 2, teremos combinação de 6 escolhe 2, e assim por diante, até o caso em que termina em 6, onde teremos combinação de 2 escolhe 2. Somando os casos, pelo teorema das colunas do triângulo de Pascal, teremos que:

$$\binom{8}{2} + \binom{7}{2} + \binom{6}{2} + \binom{5}{2} + \binom{4}{2} + \binom{3}{2} + \binom{2}{2} = \binom{9}{3} = 84$$

QUESTÃO 85

A decomposição do polinômio $(x^5 - 1)$ em um produto de polinômios tem o seguinte resultado possível:

- a) $(x^3 + 1)(x^2 - 1)$
- b) $(x - 1)(x^4 + x^3 + x^2 + x + 1)$**
- c) $(x^2 - 1)(x + 1)(x - 1)$
- d) $(x - 1)(x + 1)(x - 1)(x + 1)(x - 1)$

$x^5 - 1$ é divisível por $x - 1$.

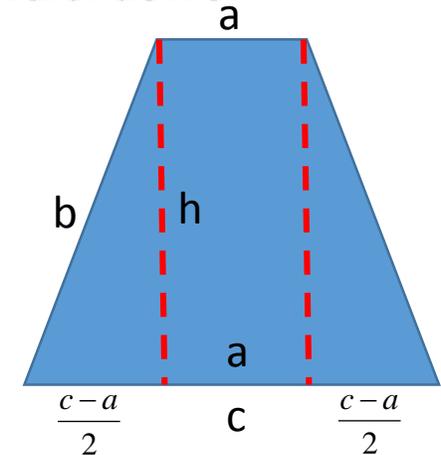
Logo,

$$(x^5 - 1) : (x - 1) = x^4 + x^3 + x^2 + x + 1$$

QUESTÃO 86

O trapézio isósceles tem as medidas das bases a e c com $a < c$ e os lados não paralelos medem, cada um, b . Se h é a altura do trapézio, o valor de h é:

- a) $\frac{\sqrt{4b^2 - c^2 - a^2 + 2ac}}{2}$**
- b) $\frac{\sqrt{4b^2 + c^2 - a^2 + 2ac}}{2}$
- c) $\frac{\sqrt{4b^2 + c^2 + a^2 + 2ac}}{2}$
- d) $\frac{\sqrt{4b^2 - c^2 - a^2 + ac}}{2}$



Por Pitágoras, temos:

$$b^2 = \left(\frac{c-a}{2}\right)^2 + h^2$$

$$h^2 = b^2 - \frac{c^2 - 2ac + a^2}{4}$$

$$h = \frac{\sqrt{4b^2 - c^2 + 2ac - a^2}}{2}$$

QUESTÃO 87

Em uma caminhada, uma pessoa sai do ponto A e caminha um metro para frente. Depois, vira 90° à sua esquerda e caminha 2 metros para frente. Vira novamente 90° à sua esquerda e caminha mais 3 metros em frente. Ela continua caminhando dessa forma, andando sempre um metro a mais em cada trecho adicional e virando 90° à esquerda ao final de cada trecho. No último trecho ela caminhou 30 metros e chegou ao seu ponto final.

A distância, em metros, que essa pessoa caminhou, é igual a:

- a) 481
- b) 450
- c) 465
- d) 435

PA de razão 1 e $a_1 = 1$

$$a_n = 30 = a_1 + (n-1).r$$

$$30 = 1 + (n-1).1$$

$$n = 30$$

$$S_{30} = (a_1 + a_{30}) \cdot \frac{30}{2} = 31.15 = 465m.$$

QUESTÃO 88

A equação da reta tangente à circunferência de equação $(x-1)^2 + (y-5)^2 = 5$, no ponto $(-1, 4)$, é dada por:

- a) $x + 2y + 1 = 0$
- b) $2x + y - 2 = 0$
- c) $y = 3$
- d) $y = 7$

Centro(1,5)

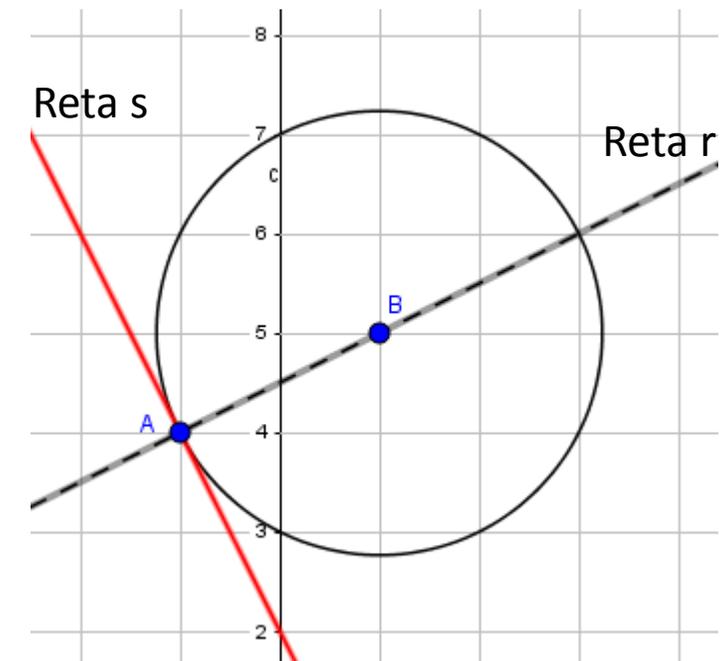
$$m_r = \frac{4-5}{-1-1} = \frac{1}{2},$$

logo, $m_s = -2$.

$$y - y_0 = m_s \cdot (x - x_0)$$

$$y - 4 = (-2) \cdot (x + 1)$$

$$2x + y - 2 = 0$$



QUESTÃO 89

Seja $f(x)$ uma função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, definida por $f(x) = x^2 - 2x + 5$, verifica-se que

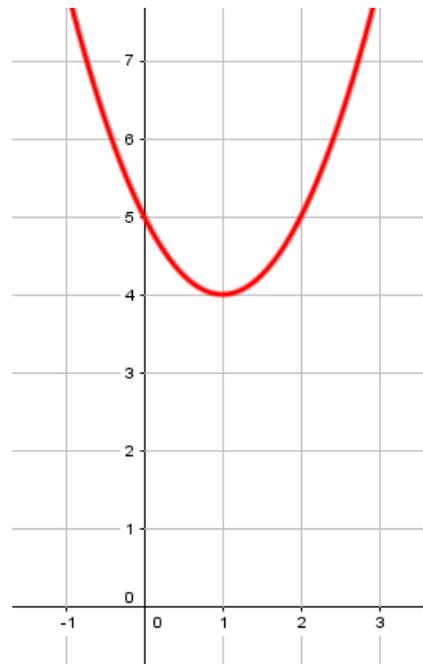
- a) f possui dois zeros reais e distintos.
- b) o gráfico de f é tangente ao eixo das abscissas.
- c) f intercepta o eixo y em $(0, -5)$.
- d) o vértice do gráfico de f é o ponto $(1, 4)$.

$$\Delta = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 5 = -16$$

$$\Delta < 0 \rightarrow \text{raízes} \notin \mathbb{R}$$

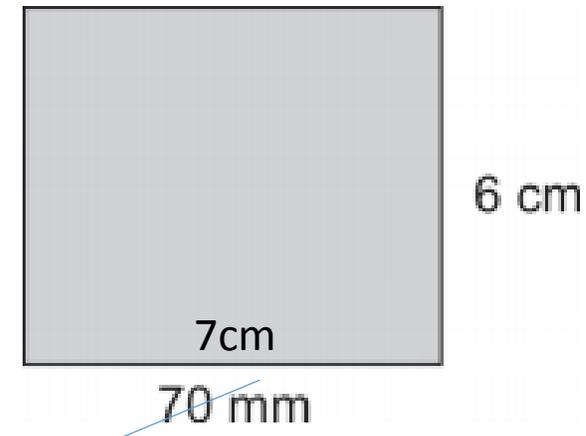
$$\text{Vértice}(x_v, y_v) = \left(\frac{-b}{2a}, \frac{-\Delta}{4a} \right)$$

$$\text{Vértice} = (1, 4)$$



QUESTÃO 90

A figura a seguir representa a planta de uma sala retangular que foi desenhada na escala 1:100.



A área real da sala é de

- a) $4,20 \text{ m}^2$
- b) 420 m^2
- c) 42 m^2
- d) $0,42 \text{ m}^2$

D	R
1	100
6	x

$$\} x = 600 \text{ cm} = 6 \text{ m}$$

D	R
1	100
7	x

$$\} x = 700 \text{ cm} = 7 \text{ m}$$

$$A = 6 \cdot 7 = 42 \text{ m}^2$$