

Nível 3 – Equações (difícil)

1. (G1 1996) Resolver $\sqrt{x} + \sqrt{(x+12)} = 6$:

a) $V = \{1\}$ b) $V = \{2\}$ c) $V = \{3\}$ d) $V = \{4\}$ e) $V = \{5\}$

2. (G1 - col. naval 2011) Dois números reais não simétricos são tais que a soma de seus quadrados é 10 e o quadrado de seu produto é 18. De acordo com essas informações, a única opção que contém pelo menos um desses dois números é:

a) $\{x \in \mathbb{R} | -1 \leq x \leq 1\}$ b) $\{x \in \mathbb{R} | 1 \leq x \leq 3\}$
c) $\{x \in \mathbb{R} | 3 \leq x \leq 5\}$ d) $\{x \in \mathbb{R} | 5 \leq x \leq 7\}$
e) $\{x \in \mathbb{R} | 7 \leq x \leq 9\}$

3. (Espm 2013) A solução da equação

$$\frac{x-2}{x+1} + \frac{3}{x^2-1} = \frac{1}{x-1} + \frac{x}{x^2-1} \text{ pertence ao intervalo:}$$

a) $[-3, -1[$ b) $[-1, 1[$ c) $[1, 3[$
d) $[3, 5[$ e) $[5, 7[$

4. (G1 - col. naval 2014) A solução real da equação

$$\sqrt{x+4} + \sqrt{x-1} = 5 \text{ é:}$$

a) múltiplo de 3. b) par e maior do que 7.
c) ímpar e não primo. d) um divisor de 130.
e) uma potência de 2.

5. (Insper 2009) Resolva as equações que se seguem.

a) $(x^2 - 18x + 32)(x^2 - 8x + 15)(x^2 - 8x + 12) = 0$
b) $4^{t^2-8t+16} - 9 \cdot 2^{t^2-8t+17} + 32 = 0$

6. (Fgv 2010) Se m, n e p são raízes distintas da equação algébrica $x^3 - x^2 + x - 2 = 0$, então $m^3 + n^3 + p^3$ é igual a

a) -1. b) 1. c) 3. d) 4. e) 5.

7. (Uece 2010) Se os números m, p e q são as soluções da equação $x^3 - 7x^2 + 14x - 8 = 0$ então o valor da soma $\log_2 m + \log_2 p + \log_2 q$ é

a) 1. b) 2. c) 3. d) 4.

8. (G1 - cftmg 2011) Sabendo-se que -5, a e b são raízes da equação

$$x^3 + 6x^2 + 3x - 10 = 0, \text{ logo, o valor de } a + b \text{ é}$$

a) -3. b) -2. c) -1. d) 0.

9. (Ita 2011) Com respeito a equação polinomial

$$2x^4 - 3x^3 - 3x^2 + 6x - 2 = 0$$

É correto afirmar que

a) todas as raízes estão em $\mathbb{Q}$.
b) uma única raiz está em $\mathbb{Z}$ e as demais em $\mathbb{Q} \setminus \mathbb{Z}$.
c) duas raízes estão em $\mathbb{Q}$ e as demais tem parte imaginária não nula.
d) não é divisível por $2x - 1$.
e) uma única raiz está em $\mathbb{Q} \setminus \mathbb{Z}$ e pelo menos uma das demais está em $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$.

10. (Ufpe 2011) Se as raízes a equação $x^3 - 7x^2 - 28x + k = 0$ são termos de uma progressão geométrica, determine e assinale o valor do termo constante k .

11. (Fgv 2012) O produto de 3 números inteiros positivos e consecutivos é igual a 8 vezes a sua soma. A soma dos quadrados desses 3 números é igual a

a) 77. b) 110. c) 149. d) 194. e) 245.

12. (Insper 2012) A equação $x^5 = 8x^2$ possui duas raízes imaginárias, cuja soma é

a) -2. b) -1. c) 0. d) 1. e) 2.

13. (G1 - ifal 2012) Sabe-se que o número 2 é uma das raízes da equação $x^3 + 26x = 9x^2 + 24$. Assinale a alternativa **errada**.

a) A soma das outras raízes dessa equação é igual a menos 7.
b) A soma das outras raízes dessa equação é igual a 7.
c) As outras raízes dessa equação são 3 e 4.
d) O produto das outras raízes dessa eq. é igual a 12.
e) As outras raízes dessa equação são números reais.

14. (Uespi 2012) Para quantos valores inteiros de c a equação $x^4 = (4x - c)^2$ admite quatro raízes reais?

a) 2 b) 4 c) 6 d) 8 e) 10

15. (Mackenzie 2012) As raízes da equação

$$x^3 - 9x^2 + 23x - 15 = 0, \text{ colocadas em ordem crescente, são os três primeiros termos de uma progressão aritmética cuja soma dos 20 primeiros termos é}$$

a) 500 b) 480 c) 260 d) 400 e) 350

16. (Unesp 2012) Dado que as raízes da equação

$$x^3 - 3x^2 - x + k = 0, \text{ onde } k \text{ é uma constante real, formam uma progressão aritmética, o valor de } k \text{ é:}$$

a) -5. b) -3. c) 0. d) 3. e) 5.

17. (Ufsj 2012) Se $2i$ é raiz da equação $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$ (com $a, b, c \in \mathbb{R}$), a soma das suas duas outras raízes é

a) $-a + 2i$ b) $-a - 2i$ c) $a + 2i$ d) $a - 2i$

18. (UERJ 2012) Considere a equação a seguir, que se reduz a uma equação do terceiro grau:

$$(x+2)^4 = x^4$$

Uma de suas raízes é real e as outras são imaginárias.

Determine as três raízes dessa equação.

19. (Ibmecrj 2013) Uma das raízes da equação

$$2x^3 + x^2 - 7x - 6 = 0 \text{ é } x = 2. \text{ Pode-se afirmar que:}$$

a) as outras raízes estão entre -2 e 0.
b) as outras raízes são imaginárias.
c) as outras raízes são 17 e -19.
d) as outras raízes são iguais.
e) só uma das outras raízes é real.

20. (Ita 2013) A soma de todos os números reais x que satisfazem a equação

$$8\sqrt{x+1} + 44(2\sqrt{x+1}) + 64 = 19(4\sqrt{x+1})$$

é igual a

a) 8. b) 12. c) 16. d) 18. e) 20.

Gabarito:**1:** [D]**2:** [B]Sejam a e b dois números reais não simétricos.

De acordo com as informações do enunciado, obtemos o sistema

$$\begin{cases} a^2 + b^2 = 10 \\ (a \cdot b)^2 = 18 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a^2 + b^2 = 10 \\ b^2 = \frac{18}{a^2} \end{cases}$$

Logo,

$$\begin{aligned} a^2 + \frac{18}{a^2} &= 10 \Rightarrow a^4 - 10a^2 + 18 = 0 \\ &\Rightarrow (a^2 - 5)^2 = 7 \\ &\Rightarrow a^2 = 5 \pm \sqrt{7} \\ &\Rightarrow a = \pm \sqrt{5 \pm \sqrt{7}} \end{aligned}$$

Daí,

$$\begin{aligned} b^2 &= \frac{18}{a^2} \Rightarrow b^2 = \frac{18}{5 \pm \sqrt{7}} \cdot \frac{5 \mp \sqrt{7}}{5 \mp \sqrt{7}} = \frac{18(5 \mp \sqrt{7})}{18} \\ &\Rightarrow b = \pm \sqrt{5 \mp \sqrt{7}} \end{aligned}$$

Como $\sqrt{7} \cong 2,6$, $\pm \sqrt{5 + \sqrt{7}} \cong \pm \sqrt{5 + 2,6} \cong \pm \sqrt{7,6}$ e $\pm \sqrt{5 - \sqrt{7}} \cong \pm \sqrt{5 - 2,6} \cong \pm \sqrt{2,4}$, então

$$\begin{aligned} \sqrt{1} < \sqrt{2,4} < \sqrt{4} &\Leftrightarrow 1 < \sqrt{2,4} < 2, \\ -\sqrt{4} < -\sqrt{2,4} < -\sqrt{1} &\Leftrightarrow -2 < -\sqrt{2,4} < -1, \\ \sqrt{4} < \sqrt{7,6} < \sqrt{9} &\Leftrightarrow 2 < \sqrt{7,6} < 3 \text{ e} \\ -\sqrt{9} < -\sqrt{7,6} < -\sqrt{4} &\Leftrightarrow -3 < -\sqrt{7,6} < -2. \end{aligned}$$

Portanto, como $\sqrt{2,4}$ e $\sqrt{7,6} \in 1 \leq x \leq 3$, segue que a opção correta é a (b).**3:** [D] Sendo $U = \square - \{-1, 1\}$ o conjunto universo das soluções, vem

$$\begin{aligned} \frac{x-2}{x+1} + \frac{3}{x^2-1} &= \frac{1}{x-1} + \frac{x}{x^2-1} \Leftrightarrow \frac{(x-2)(x-1)+3}{(x-1)(x+1)} = \frac{x+1+x}{(x-1)(x+1)} \\ &\Rightarrow x^2 - 3x + 5 = 2x + 1 \\ &\Leftrightarrow x^2 - 5x + 4 = 0 \\ &\Rightarrow x = 4. \end{aligned}$$

Portanto, $4 \in [3, 5]$.**4:** [D]

$$\sqrt{x+4} + \sqrt{x-1} = 5$$

$$\sqrt{x+4} = 5 - \sqrt{x-1}$$

$$(\sqrt{x+4})^2 = (5 - \sqrt{x-1})^2$$

$$x+4 = 25 - 10 \cdot \sqrt{x-1} + x-1$$

$$10 \cdot \sqrt{x-1} = 20$$

$$\sqrt{x-1} = 2$$

$$x-1 = 4$$

$$x = 5$$

Portanto, é correta a alternativa [D], um divisor de 130.

5: a) $S = \{2, 3, 5, 6, 16\}$; b) $S = \{2, 3, 5, 6\}$ **6:** [D] Como m , n e p são raízes da equação podemos escrever:

$$\begin{cases} m^3 - m^2 + m - 2 = 0 \\ n^3 - n^2 + n - 2 = 0 \\ p^3 - p^2 + p - 2 = 0 \end{cases}$$

Somando as equações, temos $(m^3 + n^3 + p^3) - (m^2 + n^2 + p^2) + (m + n + p) - 6 = 0$ (I)

$$m + n + p = -(-1)/1 = 1 \text{ (II)}$$

$$(m+n+p)^2 = m^2 + n^2 + p^2 + 2 \cdot (mn + mp + np)$$

$$1^2 = m^2 + n^2 + p^2 + 2 \cdot (1/1)$$

$$m^2 + n^2 + p^2 = -1 \text{ (III)}$$

Substituindo (II) e (III) em (I), temos

$$m^3 + n^3 + p^3 - (-1) + 1 - 6 = 0$$

$$(m^3 + n^3 + p^3) - 4 = 0$$

$$(m^3 + n^3 + p^3) = 4$$

$$\textbf{7: [C]} \quad \text{Utilizando a relação do produto temos } m \cdot p \cdot q = \frac{-(-8)}{1} = 8$$

$$\log_2 m + \log_2 p + \log_2 q = \log_2 (m \cdot p \cdot q) = \log_2 8 = 3$$

8: [C] Utilizando a relação de soma de Girard, temos:

$$-5 + a + b = -6/1$$

$$a + b = -6 + 5 = 1$$

9: [E]

1 é raiz, pois a soma de seus coeficientes é zero.

1	2	-3	-3	6	-2
	2	-1	-4	2	0

$$(x-1) \cdot (2x^3 - x^2 - 4x + 2) = 0$$

$$(x-1) \cdot (x^2(2x-1) - 2(2x-1)) = 0$$

$$(x-1) \cdot (2x-1) \cdot (x^2-2) = 0$$

Logo, suas raízes são $x = 1$, $x = \frac{1}{2}$ e $x = \pm \sqrt{2}$ **10:** Sejam a , aq e aq^2 as raízes da equação. Das relações de

$$\text{Girard, segue que } a + aq + aq^2 = -\frac{(-7)}{1} \Leftrightarrow a(1 + q + q^2) = 7,$$

$$a \cdot aq + a \cdot aq^2 + aq \cdot aq^2 = \frac{-28}{1} \Leftrightarrow aq \cdot a(1 + q + q^2) = -28 \text{ e}$$

$$a \cdot aq \cdot aq^2 = \frac{k}{1} \Leftrightarrow (aq)^3 = k.$$

$$\text{Logo, } aq \cdot \underbrace{a(1 + q + q^2)}_7 = -28 \Leftrightarrow aq = -4, \text{ e, portanto,}$$

$$(aq)^3 = -k \Leftrightarrow (-4)^3 = -k \Leftrightarrow k = 64.$$

11: [A] Sejam $X-1$, X e $X+1$ três números inteiros positivos e consecutivos. De acordo com as informações, temos que

$$(x-1) \cdot x \cdot (x+1) = 8 \cdot (x-1 + x + x+1) \Leftrightarrow x^3 - 25x = 0$$

$$\Leftrightarrow x \cdot (x^2 - 25) = 0$$

$$\Rightarrow x = 5.$$

Assim, os números são 4, 5 e 6 e, portanto, o resultado pedido é

$$4^2 + 5^2 + 6^2 = 16 + 25 + 36 = 77.$$

12: [A] $x^5 - 8 \cdot x^2 = 0 \Leftrightarrow x^2 \cdot (x^3 - 8) = 0 \Leftrightarrow x^2 \cdot (x-2) \cdot (x^2 + 2x + 4) = 0$

Resolvendo a equação produto, temos:

$$x^2 = 0 \Leftrightarrow x = 0 \text{ (raiz dupla)}$$

$$x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = 2 \text{ (raiz simples)}$$

$$x^2 + 2x + 4 = 0 \text{ (raízes complexas)}$$

$$\text{A soma das raízes será dada por } S = -\frac{b}{a} = -\frac{2}{1} = -2$$

13: [A] $x^3 + 26x = 9x^2 + 24 \Rightarrow x^3 + 26x - 9x^2 - 24 = 0$. Aplicando o dispositivo de Briot Ruffini, temos:

2	1	-9	26	-24
	1	-7	12	0

$$x^3 + 26x - 9x^2 - 24 = (x-2) \cdot (x^2 - 7x + 12) = 0 \Rightarrow x=2 \text{ ou } x=3 \text{ ou } x=4.$$

Logo, a alternativa errada é a [A], "A soma das outras raízes dessa equação é igual a menos 7".

14: [C] Reescrevendo a equação, obtemos

$$x^4 = (4x - c)^2 \Leftrightarrow (x^2 - 4x + c) \cdot (x^2 + 4x - c) = 0.$$

Supondo que queremos determinar os valores inteiros de c para os quais a equação dada possui quatro raízes reais e diferentes, segue

que os discriminantes das equações $x^2 - 4x + c = 0$ e

$x^2 + 4x - c = 0$ devem ser positivos e $c \neq 0$, ou seja,

$$(-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot c > 0 \Leftrightarrow c < 4$$

e

$$4^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-c) > 0 \Leftrightarrow c > -4,$$

donde $c \in \{-3, -2, -1, 1, 2, 3\}$.

15: [D] Como a soma dos coeficientes da equação é 0, concluímos que 1 é raiz. Aplicando o dispositivo de **Briot-Ruffini**, conseguiremos fatorar a equação:

1	1	-9	23	-15
	1	-8	15	0

$$x^3 - 9x^2 + 23x - 15 = 0 \Rightarrow (x - 1) \cdot (x^2 - 8x + 15) = 0 \Rightarrow x = 1 \text{ ou } x = 3 \text{ ou } x = 5.$$

Temos então a P.A. (1, 3, 5, ...) de razão $r = 2$.

$$a_{20} = 1 + 19 \cdot 2 = 39.$$

Calculando agora a soma dos 20 primeiros termos:

$$S_{20} = \frac{(a_1 + a_{20}) \cdot 20}{2} = \frac{(1 + 39) \cdot 20}{2} = 400.$$

16: [D] Sejam a, b e c , as raízes da equação dada.

Como (a, b, c) é uma PA, segue que $a + c = 2b$.

Além disso, pelas Relações de Girard, temos

$$a + b + c = \frac{-(-3)}{1} = 3. \text{ Logo, } b + 2b = 3 \Leftrightarrow b = 1.$$

Portanto, fazendo $x = b = 1$, encontramos

$$1^3 - 3 \cdot 1^2 - 1 + k = 0 \Leftrightarrow k = 3.$$

17: [B] Utilizando a soma de Girard e considerando x_2 e x_3 as outras raízes da equação, temos:

$$2i + x_2 + x_3 = \frac{-a}{1} \Rightarrow x_2 + x_3 = -a - 2i$$

18: Fatorando a equação, obtemos

$$(x + 2)^4 = x^4 \Leftrightarrow [(x + 2)^2]^2 - (x^2)^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow [(x + 2)^2 - x^2] \cdot [(x + 2)^2 + x^2] = 0$$

$$\Leftrightarrow 8 \cdot (x + 1) \cdot (x^2 + 2x + 2) = 0$$

$$\Leftrightarrow x = -1 \text{ ou } x = -1 + i \text{ ou } x = -1 - i.$$

19: [A] Pelo dispositivo prático de Briot-Ruffini, temos:

2	2	1	-7	-6
	2	5	3	0

$$\text{Logo, } 2x^3 + x^2 - 7x - 6 = (x - 2) \cdot (2x^2 + 5x + 3) = 0$$

e, portanto, como as raízes de $2x^2 + 5x + 3 = 0$ são $-\frac{3}{2}$ e -1 ,

segue-se que elas pertencem ao intervalo $] -2, 0[$.

20: [D]

$$8\sqrt{x+1} + 44(2\sqrt{x+1}) + 64 = 19(4\sqrt{x+1}) \Leftrightarrow (2\sqrt{x+1})^3 + 44(2\sqrt{x+1}) + 64 = 19(2\sqrt{x+1})^2$$

Fazendo $2\sqrt{x+1} = y$, temos a equação $y^3 - 19y^2 + 44y + 64 = 0$.

Utilizando o teorema das raízes racionais, concluímos que 4 é raiz da equação $y^3 - 19y^2 + 44y + 64 = 0$.

Utilizando o dispositivo de Briot-Ruffini, temos:

4	1	-19	44	64
	1	-15	-16	0

$$y^3 - 19y^2 + 44y + 64 = 0 \Rightarrow (y - 4) \cdot (y^2 - 5y - 16) = 0$$

Resolvendo as equações, temos $y = 4$, $y = 16$ ou $y = -1$, então

$$2\sqrt{x+1} = 4 \Rightarrow 2\sqrt{x+1} = 2^2 \Rightarrow x = 3$$

$$2\sqrt{x+1} = 16 \Rightarrow 2\sqrt{x+1} = 2^4 \Rightarrow x = 15$$

$$2\sqrt{x+1} = -1 \text{ (não convém)}$$

Portanto, a soma das raízes será $3 + 15 = 18$.

Resumo das questões selecionadas nesta atividade

Data de elaboração: 06/12/2016 às 17:00

Nome do arquivo: lista 7 - SN e questões difícil

Legenda:

Q/Prova = número da questão na prova

Q/DB = número da questão no banco de dados do SuperPro®

Q/prova	Q/DB Tipo	Grau/Dif.	Matéria	Fonte
1.....	13815.....	Média	Matemática	G1/1996Múltipla escolha
2.....	102213.....	Elevada	Matemática	G1 - col. naval/2011Múltipla escolha
3.....	125885.....	Média	Matemática	Espm/2013 ..Múltipla escolha
4.....	135145.....	Média	Matemática	G1 - col. naval/2014Múltipla escolha
5.....	108262.....	Média	Matemática	Insper/2009.Analítica
6.....	91541.....	Média	Matemática	Fgv/2010Múltipla escolha
7.....	98303.....	Média	Matemática	Uece/2010...Múltipla escolha
8.....	104845.....	Média	Matemática	G1 - cftmg/2011Múltipla escolha
9.....	101531.....	Média	Matemática	Ita/2011Múltipla escolha
10.....	105960.....	Média	Matemática	Ufpe/2011 ...Analítica
11.....	115358.....	Média	Matemática	Fgv/2012Múltipla escolha
12.....	109419.....	Média	Matemática	Insper/2012.Múltipla escolha
13.....	113321.....	Média	Matemática	G1 - ifal/2012...Múltipla escolha
14.....	115311.....	Média	Matemática	Uespi/2012..Múltipla escolha
15.....	119833.....	Média	Matemática	Mackenzie/2012.....Múltipla escolha
16.....	108901.....	Média	Matemática	Unesp/2012.Múltipla escolha
17.....	119717.....	Média	Matemática	Ufsj/2012.....Múltipla escolha
18.....	121360.....	Média	Matemática	Uerj/2012.....Analítica

19 126310 Média Matemática
.....Ibmecrj/2013Múltipla escolha

20 123564 Elevada MatemáticaIta/2013
.....Múltipla escolha