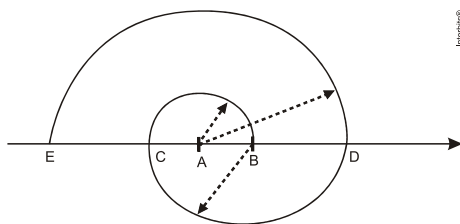


PA e PG

Fácil – PA

1. (Ufv 2000) Quanto aos números pares 0, 2, 4 e 8, é CORRETO afirmar que:
- estão em progressão aritmética de razão 2.
 - estão em progressão geométrica de razão de 2.
 - são potências consecutivas da base 2.
 - são múltiplos consecutivos de 2.
 - têm máximo divisor comum igual a 2.

2. (Fgv 2009) Chamamos de falsa espiral de dois centros aquela construída da seguinte forma: os dois centros são os pontos A e B. Traçam-se semicircunferências no sentido anti-horário, a primeira com o centro em A e raio AB, a segunda com centro em B e raio BC, a terceira com centro em A e raio AD, repetindo esse procedimento em que os centros se alternam entre A e B, como mostrado na figura a seguir.



Determine a distância entre A e B se, ao completar duzentas semicircunferências, o comprimento total dessa falsa espiral for 100500π metros.

3. (Fgv 2009) Carlos tem oito anos de idade. É um aluno brilhante, porém comportou-se mal na aula, e a professora mandou-o calcular a soma dos mil primeiros números ímpares. Carlos resolveu o problema em dois minutos, deixando a professora impressionada. A resposta correta encontrada por Carlos foi:
- 512.000
 - 780.324
 - 1.000.000
 - 1.210.020
 - 2.048.000

4. (Enem 2ª aplicação 2010) O trabalho em empresas de exige dos profissionais conhecimentos de diferentes áreas. Na semana passada, todos os funcionários de uma dessas empresas estavam envolvidos na tarefa de determinar a quantidade de estrelas que seriam utilizadas na confecção de um painel de Natal. Um dos funcionários apresentou um esboço das primeiras cinco linhas do painel, que terá, no total, 150 linhas.

$\star$ $\star\star$ $\star\star\star$ $\star\star\star\star$ $\star\star\star\star\star$...
 1ª 2ª 3ª 4ª 5ª 150ª

Após avaliar o esboço, cada um dos funcionários esboçou sua resposta:

Funcionário I: aproximadamente 200 estrelas.
 Funcionário II: aproximadamente 6 000 estrelas.
 Funcionário III: aproximadamente 12 000 estrelas.
 Funcionário IV: aproximadamente 22 500 estrelas.
 Funcionário V: aproximadamente 22 800 estrelas.

Qual funcionário apresentou um resultado mais próximo da quantidade de estrelas necessária?

- I
- II
- III
- IV
- V

5. (Enem 2ª aplicação 2010) Nos últimos anos, a corrida de rua cresce no Brasil. Nunca se falou tanto no assunto como hoje, e a quantidade de adeptos aumenta progressivamente, afinal, correr traz inúmeros benefícios para a saúde física e mental, além de ser um esporte que não exige um alto investimento financeiro.

Um corredor estipulou um plano de treinamento diário, correndo 3 quilômetros no primeiro dia e aumentando 500 metros por dia, a partir do segundo. Contudo, seu médico cardiologista autorizou essa atividade até que o corredor atingisse, no máximo, 10 km de corrida em um mesmo dia de treino. Se o atleta cumprir a recomendação médica e praticar o treinamento estipulado corretamente em dias consecutivos, pode-se afirmar que esse planejamento de treino só poderá ser executado em, exatamente,

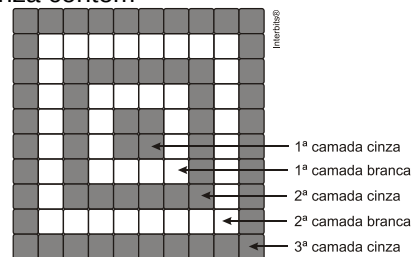
- 12 dias.
- 13 dias.
- 14 dias.
- 15 dias.
- 16 dias.

6. (Uesc 2011) Dois cidadãos, C_1 e C_2 , devem a uma instituição financeira R\$14580,00 e R\$12460,00, respectivamente. Após uma negociação dessa dívida, os valores foram parcelados de modo que C_1 deverá pagar prestações mensais de R\$480,00 e C_2 deverá pagar prestações mensais de R\$390,00. Se ambos começarem a pagar hoje, o saldo devedor de C_1 ficará menor do que o de C_2 em

- dez meses.
- um ano.
- um ano e três meses.
- um ano e meio.
- dois anos.

7. (G1 - ifal 2011) Quatro inteiros positivos são termos de uma progressão aritmética. Se o produto do segundo desses termos pelo terceiro desses termos é igual a 77, então a soma desses quatro termos é igual a:
- 33
 - 34
 - 35
 - 36
 - 37

8. (Unicamp 2011) No centro de um mosaico formado apenas por pequenos ladrilhos, um artista colocou 4 ladrilhos cinza. Em torno dos ladrilhos centrais, o artista colocou uma camada de ladrilhos brancos, seguida por uma camada de ladrilhos cinza, e assim sucessivamente, alternando camadas de ladrilhos brancos e cinza, como ilustra a figura a seguir, que mostra apenas a parte central do mosaico. Observando a figura, podemos concluir que a 10ª camada de ladrilhos cinza contém



- 76 ladrilhos.
- 156 ladrilhos.
- 112 ladrilhos.
- 148 ladrilhos.

9. (Espm 2011) A soma dos n primeiros termos de uma sequência numérica é dada pela expressão $S_n = 8n^2 - 1$.

Pode-se afirmar que seu décimo termo é igual a:

- a) 128 b) 132 c) 146 d) 150 e) 152

10. (Ufpr 2011) Atribui-se ao matemático De Moivre uma lenda sobre um homem que previu sua própria morte. As condições da previsão estão dentro de uma narrativa que modela grosseiramente vários aspectos da realidade. Por exemplo, dormir 24 horas seguidas equivale a morrer, e assim por diante. A lenda é a seguinte: um homem observou que cada dia dormia 15 minutos a mais que no dia anterior. Se ele fez essa observação exatamente após ter dormido 8 horas, quanto tempo levará para que ele durma 24 horas seguidas, não mais acordando?

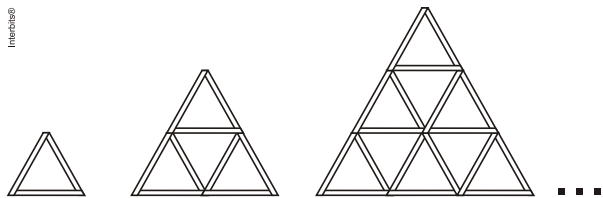
Médio – PA

11. (Puccamp 1995) Em uma festa, os rapazes presentes combinaram fazer o seguinte: um deles dançaria apenas com 3 garotas, outro apenas com 5 garotas, outro apenas com 7 garotas e assim, sucessivamente, até o último rapaz, que dançaria com todas as garotas. Se o número de garotas excedia o de rapazes em 15 unidades, o total de garotas e rapazes presentes nessa festa era

- a) 37 b) 43 c) 45 d) 52 e) 54

12. (Ufc 1996) Os lados de um triângulo retângulo estão em progressão aritmética. Determine a tangente do menor ângulo agudo deste triângulo.

13. (Ufrgs 2008) Sobre uma superfície plana são dispostos palitos formando figuras, como mostrado abaixo.



Contando os palitos de cada uma dessas figuras e denotando por a_n o número de palitos da n -ésima figura, encontra-se: $a_1 = 3$, $a_2 = 9$, $a_3 = 18$, ...

Então, a_{100} é igual a

- a) 15150. b) 15300. c) 15430. d) 15480. e) 15510.

14. (Pucrj 2009) Temos uma progressão aritmética de 20 termos onde o 1º. termo é igual a 5. A soma de todos os termos dessa progressão aritmética é 480. O décimo termo é igual a:

- a) 20 b) 21 c) 22 d) 23 e) 24

15. (G1 - cftmg 2010) As medidas dos lados de um triângulo retângulo estão em progressão aritmética de razão 3. Portanto, a soma das medidas desse triângulo é

- a) 9
b) 18
c) 30
d) 36

16. (Ufpb 2010) Uma empresa de reflorestamento fez um plantio de mudas de árvores nativas em uma grande área desmatada. Para essa tarefa, empregou operários, que plantaram, cada um, 100 mudas por dia. No primeiro dia de plantio, trabalharam 50 operários e, nos dias subsequentes até o 15º dia, o número de operários em cada dia foi 50 a mais do que no dia anterior. A partir do 16º dia, o número de operários, em cada dia, foi igual ao do 15º dia.

Sabendo-se que esses operários plantaram 1.200.000 mudas, é correto afirmar que esse plantio foi feito em:

- a) 21 dias b) 22 dias c) 23 dias
d) 24 dias e) 25 dias

17. (Mackenzie 2010) Se $\cos 15^\circ$, $\cos(a)$ e $\cos 75^\circ$ formam, nessa ordem, uma progressão aritmética, o valor de $\cos(a)$ é

- a) $\frac{\sqrt{2}}{3}$ b) $\frac{\sqrt{6}}{3}$ c) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ d) $\frac{\sqrt{6}}{4}$ e) $\frac{\sqrt{2}}{4}$

18. (Fgv 2010) A soma dos 100 primeiros termos de uma progressão aritmética é 100, e a soma dos 100 termos seguintes dessa progressão é 200. A diferença entre o segundo e o primeiro termos dessa progressão, nessa ordem, é

- a) 10^{-4} . b) 10^{-3} . c) 10^{-2} . d) 10^{-1} . e) 1.

19. (Unicamp 2010) Dois sites de relacionamento desejam aumentar o número de integrantes usando estratégias agressivas de propaganda.

O site A, que tem 150 participantes atualmente, espera conseguir 100 novos integrantes em um período de uma semana e dobrar o número de novos participantes a cada semana subsequente. Assim, entrarão 100 internautas novos na primeira semana, 200 na segunda, 400 na terceira, e assim por diante.

Por sua vez, o site B, que já tem 2200 membros, acredita que conseguirá mais 100 associados na primeira semana e que, a cada semana subsequente, aumentará o número de internautas novos em 100 pessoas. Ou seja, 100 novos membros entrarão no site B na primeira semana, 200 entrarão na segunda, 300 na terceira etc.

- a) Quantos membros novos o site A espera atrair daqui a 6 semanas? Quantos associados o site A espera ter daqui a 6 semanas?
b) Em quantas semanas o site B espera chegar à marca dos 10000 membros?

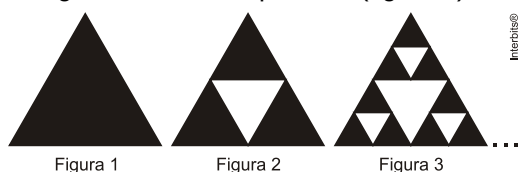
20. (Ita 2010) Considere a progressão aritmética $(a_1, a_2, \dots, a_{50})$ de razão d .

Se $\sum_{n=1}^{10} a_n = 10 + 25d$ e $\sum_{n=1}^{50} a_n = 4550$, então $d - a_1$ é igual a

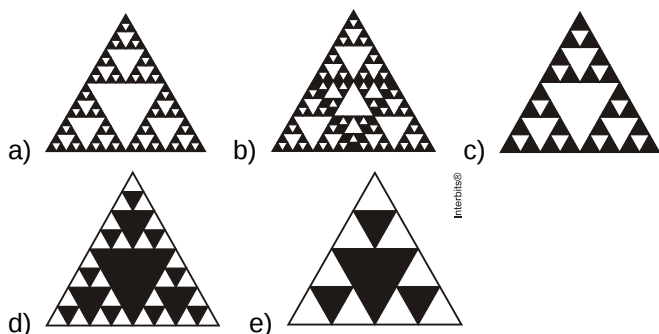
- a) 3.
b) 6.
c) 9.
d) 11.
e) 14.

21. (Enem 2008) Fractal (do latim *fractus*, fração, quebrado) - objeto que pode ser dividido em partes que possuem semelhança com o objeto inicial. A geometria fractal, criada no século XX, estuda as propriedades e o comportamento dos fractais - objetos geométricos formados por repetições de padrões similares. O triângulo de Sierpinski, uma das formas elementares da geometria fractal, pode ser obtido por meio dos seguintes passos:

1. comece com um triângulo equilátero (figura 1);
2. construa um triângulo em que cada lado tenha a metade do tamanho do lado do triângulo anterior e faça três cópias;
3. posicione essas cópias de maneira que cada triângulo tenha um vértice comum com um dos vértices de cada um dos outros dois triângulos, conforme ilustra a figura 2;
4. repita sucessivamente os passos 2 e 3 para cada cópia dos triângulos obtidos no passo 3 (figura 3).



De acordo com o procedimento descrito, a figura 4 da sequência apresentada acima é



22. (Fgv 2009) Seja a sequência $3, \sqrt[2]{3}, \sqrt[3]{3}, \sqrt[4]{3}, \dots$, cujos termos são radicais de radicando 3, e o índice de cada termo é o dobro do índice do termo anterior. Calcule o produto:

- a) dos 10 primeiros termos dessa sequência.
- b) dos infinitos termos dessa sequência.

23. (Uesc 2011) Não sendo paga quantia alguma relativa a um empréstimo feito por uma pessoa, serão a ele incorporados juros compostos de 2,5% a.m.

Assim, o montante desse empréstimo, considerado mês a mês, crescerá segundo uma progressão

- a) aritmética de razão 0,25.
- b) geométrica de razão 1,025.
- c) aritmética de razão 1,205.
- d) geométrica de razão 10,25.
- e) aritmética de razão 12,05.

24. (Udesc 2011) Em uma escola com 512 alunos, um aluno apareceu com o vírus do sarampo. Se esse aluno permanecesse na escola, o vírus se propagaria da

seguinte forma: no primeiro dia, um aluno estaria contaminado; no segundo, dois estariam contaminados; no terceiro, quatro, e assim sucessivamente. A diretora dispensou o aluno contaminado imediatamente, pois concluiu que todos os 512 alunos teriam sarampo no:

25. (G1 - ifal 2011) Se a e b são números reais positivos tais que a sequência $(a, 6, b)$ é uma progressão

aritmética e a sequência $(a, \sqrt{11}, b)$ é uma progressão geométrica, então o produto de a e b é:

26. (Fgv 2011) A sequência de termos positivos $(a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots)$ é uma progressão geométrica de razão igual a q . Podemos afirmar que a sequência $(\log a_1, \log a_2, \log a_3, \dots, \log a_n, \dots)$ é:

- a) Uma progressão aritmética de razão q .
- b) Uma progressão geométrica de razão q .
- c) Uma progressão aritmética de razão $\log q$.
- d) Uma progressão geométrica de razão $\log q$.
- e) Uma progressão aritmética de razão $(\log a_1 - \log q)$.

TEXTO PARA A PRÓXIMA QUESTÃO:

Analise as sequências numéricas enumeradas abaixo.

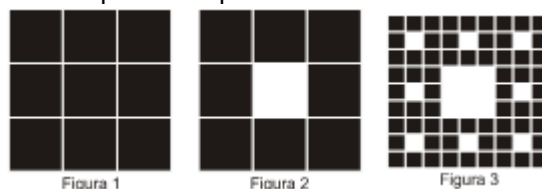
1. $(3, 8, 13, 18, \dots)$.
2. $(32, 16, 8, 4, 2, 1, \dots)$.
3. $(-2, 4, -8, 16, -32, \dots)$.
4. $(4, 6, 8, 10, 12, 16)$.

27. (G1 - ifal 2012) Assinale a alternativa correta.

- a) Todas as sequências representam Progressões Aritméticas (P.A.).
- b) Apenas uma das sequências representa Progressão Geométrica (P.G.).
- c) Apenas a sequência 4 não representa uma P.G..
- d) A sequência 2 representa uma P.G. de razão $\frac{1}{2}$.
- e) A sequência 1 representa uma P.A. finita.

28. (Enem PPL 2012) Uma maneira muito útil de se criar belas figuras decorativas utilizando a matemática é pelo processo de autossemelhança, uma forma de se criar fractais. Informalmente, dizemos que uma figura é autossemelhante se partes dessa figura são semelhantes à figura vista como um todo. Um exemplo clássico é o *Carpete de Sierpinski*, criado por um processo recursivo, descrito a seguir:

- Passo 1: Considere um quadrado dividido em nove quadrados idênticos (Figura 1). Inicia-se o processo removendo o quadrado central, restando 8 quadrados pretos (Figura 2).
- Passo 2: Repete-se o processo com cada um dos quadrados restantes, ou seja, divide-se cada um deles em 9 quadrados idênticos e remove-se o quadrado central de cada um, restando apenas os quadrados pretos (Figura 3).
- Passo 3: Repete-se o passo 2.



Admita que esse processo seja executado 3 vezes, ou seja, divide-se cada um dos quadrados pretos da Figura 3 em 9 quadrados idênticos e remove-se o quadrado central de cada um deles. O número de quadrados pretos restantes nesse momento é

a) 64. b) 512. c) 568. d) 576. e) 648.

29. (Mackenzie 2012) Maria fez um empréstimo bancário a juros compostos de 5% ao mês. Alguns meses após ela quitou a sua dívida, toda de uma só vez, pagando ao banco a quantia de R\$10.584,00. Se Maria tivesse pago a sua dívida dois meses antes, ela teria pago ao banco a quantia de

a) R\$10.200,00
b) R\$9.800,00
c) R\$9.600,00
d) R\$9.200,00
e) R\$9.000,00

30. (Ulbra 2012) João percebeu que, ao abrir a torneira ligada ao reservatório de água, por 5 minutos, o volume diminuía para $\frac{1}{5}$ da sua capacidade remanescente. Depois de 20 minutos com a torneira aberta, o volume do reservatório era de $0,12 \text{ m}^3$. Qual é a capacidade total da caixa d'água?

a) 15 000 litros. b) 50 000 litros. c) 30 000 litros.
d) 75 000 litros. e) 60 000 litros.

Médio – PG

31. (Unesp) O limite da soma dos termos de uma progressão geométrica decrescente ilimitada cujo primeiro termo é q e cuja razão é q , vale 7 vezes o limite da soma dos cubos dos termos dessa mesma PG. Calcule os valores possíveis de q .

32. (Unitau 1995) Em um freezer de hospital existem 50 frascos de sangue tipo A e 81 frascos tipo B. Dele são retirados 2 frascos, um após o outro, sem reposição. O primeiro frasco retirado foi tipo B. A probabilidade de que o segundo frasco seja A é:

a) $\frac{5}{130}$.
b) $\frac{5}{13}$.
c) $\frac{81}{131}$.
d) $\frac{50}{131}$.
e) $\frac{1}{10}$.

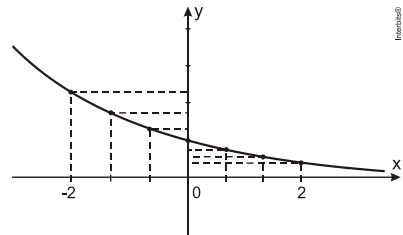
33. (Ita 1996) Sejam a_1, a_2, a_3, a_4 quatro números reais (com $a_1 \neq 0$), formando nessa ordem uma progressão geométrica. Então, o sistema em x e y

$$\begin{cases} a_1x + a_3y = 1 \\ a_1a_2x + a_1a_4y = a_2 \end{cases}$$

é um sistema

- a) impossível.
b) possível determinado.
c) possível indeterminado.
d) possível determinado apenas para $a_1 > 1$.
e) possível determinado apenas para $a_1 < -1$.

34. (Ufrgs 2008) Uma sequência de pontos foi tomada sobre o gráfico da função exponencial de base a , como indica a figura abaixo.



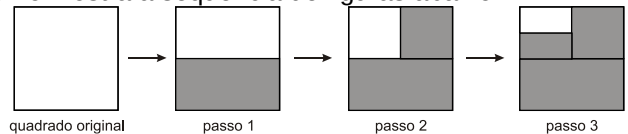
Considerando-se que as abscissas dos pontos da sequência estão em progressão aritmética crescente, suas ordenadas estão em progressão

- a) aritmética de razão a .
b) aritmética de razão $\frac{2}{3}$. a. c) geométrica de razão $\frac{2}{3}$.
d) geométrica de razão $\frac{2}{3}$. a. e) geométrica de razão $a^{\frac{2}{3}}$.

35. (Ufrgs 2008) Numa sequência de quadrados, o primeiro tem lado igual a 1 e o lado de cada um dos seguintes é igual à diagonal do quadrado anterior. A soma das áreas dos dez primeiros quadrados dessa sequência é

a) 1023. b) 1024. c) 2047. d) 2048. e) 4096.

36. (Ufpr 2010) Um quadrado está sendo preenchido como mostra a sequência de figuras abaixo:



No passo 1, metade do quadrado original é preenchido. No passo 2, metade da área não coberta no passo anterior é preenchida. No passo 3, metade da área não coberta nos passos anteriores é preenchida, e assim por diante.

- a) No passo 4, que percentual do quadrado original estará preenchido?
b) Qual é o número mínimo de passos necessários para que 99,9% do quadrado original seja preenchido?

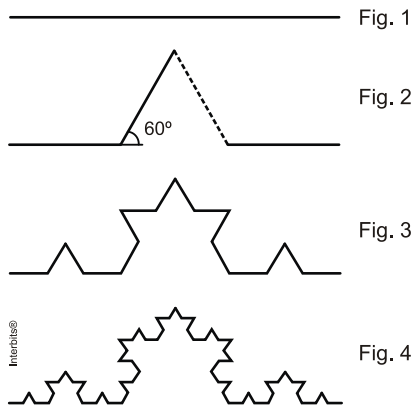
37. (G1 - cftmg 2010) Na manhã de segunda-feira uma empresa começou sua produção de iogurte do seguinte modo: adicionou a um litro de iogurte, já pronto, três litros de leite. Após 24 horas, havia 4 litros de iogurte, que foram novamente misturados a uma parte proporcional de leite para dar sequência à produção. Se a empresa continuou esse processo, então, na manhã de sexta-feira, o total de litros de iogurte obtidos foi de

a) 4^5 b) 4^6 c) 2^8 d) 2^9

38. (Unemat 2010) Lança-se uma bola, verticalmente de cima para baixo, da altura de 4 metros. Após cada choque com o solo, ela recupera apenas $\frac{1}{2}$ da altura anterior. A soma de todos os deslocamentos (medidos verticalmente) efetuados pela bola até o momento de repouso é:

a) 12 m b) 6 m c) 8 m d) 4 m e) 16 m

SUPER NOVA  (62) 9638 7111



Se o segmento inicial mede 1 cm, o comprimento da curva obtida na sexta figura é igual a

- a) $\left(\frac{6!}{4!3!}\right)\text{cm}$ b) $\left(\frac{5!}{4!3!}\right)\text{cm}$
- c) $\left(\frac{4}{3}\right)^5\text{cm}$ d) $\left(\frac{4}{3}\right)^6\text{cm}$

50. (Ime 2014) Calcular o valor da expressão abaixo

$$\sqrt[3]{\underbrace{370370\dots037}_{89 \text{ algarismos}} - \underbrace{11\dots1}_{30 \text{ algs "1"}} \underbrace{00\dots0}_{30 \text{ algs "0"}}}$$

Obs.: algs = algarismos

Gabarito:**Resposta da questão 1:** [E]

[A] Falsa: Não estão em P.A, pois $4 - 2 \neq 8 - 4$.

[B] Falsa: Não estão em P.G, pois $2 \div 0 \neq 4 \div 2$.

[C] Falsa: O zero não é potência de 2.

[D] Falsa: está faltando o 6 entre 4 e 8.

[E] Verdadeira: O máximo divisor comum entre 0, 2, 4 e 8 é 2.

Resposta da questão 2: $\overline{AB} = 5 \text{ m}$.**Resposta da questão 3:** [C]**Resposta da questão 4:** [C]

O número de estrelas em cada linha constitui uma progressão aritmética em que o termo geral é dado por $a_n = n$, sendo n ($n \geq 1$) o número da linha.

A soma dos 150 primeiros termos da progressão é dada por

$$S_{150} = \frac{(a_1 + a_{150})}{2} \cdot 150 = \frac{(1 + 150)}{2} \cdot 150 = 11.325.$$

Portanto, como 12.000 é o número mais próximo de 11.325, segue que o funcionário III apresentou o melhor palpite.

Resposta da questão 5: [D]

As distâncias percorridas pelo corredor constituem a progressão aritmética (3; 3,5; 4; ...; 10).

Se n denota o número de dias para que o planejamento seja executado, temos que

$$10 = 3 + (n-1) \cdot 0,5 \Leftrightarrow 7 \cdot 2 = n-1 \Leftrightarrow n = 15.$$

Resposta da questão 6: [E]

Sendo n o número de prestações pagas por C_1 e C_2 , para que o saldo devedor de C_1 fique menor do que o de C_2 , devemos ter

$$14580 - 480 \cdot n < 12460 - 390 \cdot n \Rightarrow 90 \cdot n > 2120 \\ \Rightarrow n > 23,56.$$

Portanto, em dois anos a condição do enunciado será satisfeita.

Resposta da questão 7: [D]

Seja (a, b, c, d) a progressão aritmética cuja soma dos termos queremos calcular.

$$\left. \begin{array}{l} b \cdot c = 77 \\ a, b, c, d \in \mathbb{Z}_+^* \end{array} \right\} \Rightarrow b = 7, c = 11 \text{ ou } b = 11, c = 7.$$

Logo, como a soma de termos equidistantes dos extremos é constante, vem

$$a + d = b + c = 7 + 11 = 18.$$

$$\text{Portanto, } a + b + c + d = 2 \cdot 18 = 36.$$

Resposta da questão 8: [D]

O número de ladrilhos em cada "lado" das camadas cinza constitui a progressão aritmética (2, 6, 10, ...).

Desse modo, o "lado" da 10ª camada terá

$$\begin{aligned} a_{10} &= a_1 + (n-1)r \\ &= 2 + (10-1) \cdot 4 \\ &= 2 + 36 \\ &= 38 \text{ ladrilhos.} \end{aligned}$$

Portanto, a 10ª camada de ladrilhos cinza contém $4 \cdot (38 - 2) + 4 = 148$ ladrilhos.

Resposta da questão 9: [E]

Seja a_{10} o décimo termo da sequência. Como a soma dos dez primeiros termos é igual à soma do décimo termo com a soma dos nove primeiros termos, temos que,

$$a_{10} + S_9 = S_{10} \Leftrightarrow a_{10} + 8 \cdot 9^2 - 1 = 8 \cdot 10^2 - 1 \Leftrightarrow a_{10} = 800 - 648 = 152$$

Resposta da questão 10: O número de horas consecutivas dormidas n dias após o início da

observação é dado por $8 + \frac{n}{4}$. Logo, o homem morrerá

$$\text{quando: } 8 + \frac{n}{4} = 24 \Leftrightarrow n = 64.$$

Portanto, após 64 dias o homem dormirá 24 horas seguidas.

Resposta da questão 11: [B]

Seja a_n o número de garotas que dançaram com o rapaz n , em que n é um inteiro positivo. Desse modo, temos $a_n = 3 + (n-1) \cdot 2 = 2n + 1$.

Se o número de garotas excedia o de rapazes em 15 unidades, e o rapaz n dançou com todas as garotas, então

$$n + 15 = 2n + 1 \Leftrightarrow n = 14.$$

Portanto, o total de garotas e rapazes presentes nessa festa era $14 + (14 + 15) = 43$.

Resposta da questão 12: 3/4**Resposta da questão 13:** [A]

$$a_2 - a_1 = 6$$

$$a_3 - a_2 = 9$$

$$a_4 - a_3 = 12$$

.....

$$a_{100} - a_{99} = b_{99}$$

$$a_{100} - a_1 = 6 + 9 + 12 + \dots + b_{99}$$

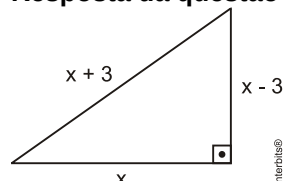
$$b_{99} = 6 + 98 \cdot 3 = 300$$

$$a_{100} - 3 = \frac{(6 + 300) \cdot 99}{2} \Rightarrow a_{100} = 15.150.$$

Resposta da questão 14: [D]

$$\frac{(5 + 5 + 19 \cdot r) \cdot 20}{2} = 480 \Rightarrow r = 2.$$

$$\text{Portanto, } a_{10} = a_1 + 9r = 5 + 18 = 23.$$

Resposta da questão 15: [D]

$$(x+3)^2 = (x-3)^2 + x^2$$

Desenvolvendo, temos a equação:

$x^2 - 12x = 0$ com raízes $x = 0$ (não convém) e $x = 12$.

Considerando $x = 12$, a soma será $12 + 3 + 12 - 3 + 12 = 36$.

Resposta da questão 16: [C]

No primeiro dia: 50 operários -----5.000 mudas
 No segundo dia: 100 operários -----10.000 mudas
 No terceiro dia: 150 operários -----15.000 mudas

No décimo quinto dia, número de operários = 5000 + 14.500 = 75.000 mudas

Soma dos 15 primeiros dias =

$$\left(\frac{5000 + 75000}{2}\right) \cdot 15 = 600000$$

x = número de dias a partir do décimo sexto dia.

$$600.000 + x \cdot 75.000 = 1.200000$$

x = 8 dias

Logo, o número de dias é 15 + 8 = 23.

Resposta da questão 17: [D]

$$\text{Lembrando que : } \cos p + \cos q = 2 \cdot \cos \frac{p+q}{2} \cdot \cos \frac{p-q}{2}$$

$$\text{Na PA temos } \cos a = \frac{\cos 15^\circ + \cos 75^\circ}{2} \Leftrightarrow \cos a =$$

$$\frac{2 \cdot \cos \frac{75+15}{2} \cdot \cos \frac{75-15}{2}}{2} \Leftrightarrow \cos a = \cos 45^\circ \cdot \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{6}}{4}$$

Resposta da questão 18: [C]

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{(a_1 + a_{100}) \cdot 100}{2} = 100 \\ \frac{(a_{101} + a_{200}) \cdot 100}{2} = 200 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} a_1 + a_{100} = 2 \\ a_{101} + a_{200} = 4 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} a_1 + a_1 + 99r = 2 \\ a_1 + 100r + a_1 + 199r = 4 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} 2a_1 + 99r = 2 \\ 2a_1 + 199r = 4 \end{array} \right.$$

Resolvendo, temos r = 10⁻²

Logo: a₂ - a₁ = r = 10⁻²

Resposta da questão 19:

a) (Site A: 150 + 100 + 200 + 400 + 800 + 1600 + 3200 = 6.350 portanto na sexta semana 3200 participantes e no total 6.450

b) Site B: 2.200 + (100 + 200 + 300 + ...) = 10.000

$$\frac{(100+100n)}{2} \cdot n = 10.000 \Leftrightarrow 100n^2 + 100n - 15600 = 0 \Leftrightarrow n^2 + n - 156 = 0$$

Resolvendo a equação temos n = 12 ou n = - 13 (não convém)

Resposta: 12 semanas

Resposta da questão 20: [D]

$$\frac{(a_1 + a_{10}) \cdot 10}{2} = 10 + 25d \Leftrightarrow a_1 + 2d = 1$$

$$\frac{(a_1 + a_{50}) \cdot 50}{2} = 4550 \Leftrightarrow 2a_1 + 49 = 182$$

Resolvendo um sistema com as equações acima, temos:

$$d = 4 \text{ e } a_1 = - 7 \quad \text{logo } d - a_1 = 4 - (-7) = 11$$

Resposta da questão 21: [C]

O número de triângulos pretos em cada passo constitui a PG (1, 3, 9, 27, ...).

A alternativa (C) é a única que apresenta 27 triângulos pretos.

Resposta da questão 22:

$$\text{a) } \sqrt[512]{3^{1023}} \text{ ;} \quad \text{b) } 9.$$

Resposta da questão 23: [B]

Se C é o capital emprestado, n é o número de meses após a concessão e a taxa de juros é

2,5% = 0,025 a.m., segue que o montante é dado por

$$C \cdot (1 + 0,025)^n = C \cdot (1,025)^n.$$

Portanto, o montante desse empréstimo, considerado mês a mês, crescerá segundo uma progressão geométrica de razão 1,025.

Resposta da questão 24: [B]

O número de alunos contaminados no n-ésimo dia é

$$\text{dado por } 2^{n-1}.$$

Queremos calcular n, tal que 2ⁿ⁻¹ = 512. Desse modo,

$$2^{n-1} = 512 \Leftrightarrow 2^{n-1} = 2^9 \Leftrightarrow n = 10.$$

Portanto, todos os alunos teriam sarampo no 10º dia.

Resposta da questão 25: [C]

Se (a, $\sqrt{11}$, b) é uma progressão geométrica, então

$$a \cdot b = (\sqrt{11})^2 = 11.$$

Resposta da questão 26: [C]

$$(\log a_1, \log a_2, \log a_3, \dots, \log a_n, \dots) =$$

$$(\log a_1, \log a_1 q, \log a_1 q^2, \dots, \log a_1 q^{n-1}, \dots) =$$

$$(\log a_1, \log a_1 + \log q, \log a_1 + 2 \log q, \dots, \log a_1 + (n-1) \log q, \dots).$$

Como

$$(\log a_1 + \log q) - \log a_1 = (\log a_1 + 2 \log q) - (\log a_1 + \log q) = \dots = \log q,$$

segue que (log a₁, log a₂, log a₃, ..., log a_n, ...) é uma PA

de razão log q.

Resposta da questão 27: [D]

1. (3, 8, 13, 18, ...) _____ P.A. de razão r = 5

2. (32, 16, 8, 4, 2, 1, ...) _____ P.G. de razão $\frac{1}{2}$.

3. (- 2, 4, - 8, 16, - 32, ...) _____ P.G. de razão -2

4. (4, 6, 8, 10, 12, 16) _____ Não é P.A. e não é P.G.

Portanto, a seq. 2 representa uma P.G. de razão 1/2

Resposta da questão 28: [B]

É fácil ver que o número de quadrados pretos que

restam após a n-ésima iteração é dado por 8ⁿ. Portanto, após a terceira iteração, o número de quadrados pretos que restam é igual a 8³ = 512.

Resposta da questão 29: [C]

Se x é a quantia procurada, então

$$10584 = x \cdot (1 + 0,05)^2 \Leftrightarrow x = \frac{10584}{1,1025}$$

$$\Leftrightarrow x = \text{R\$ } 9.600,00.$$

Resposta da questão 30: [D]

Seja V a capacidade da caixa d'água.

Supondo que o reservatório encontra-se inicialmente cheio, segue que:

$$\left(\frac{1}{5}\right)^4 \cdot V = 0,12 \Leftrightarrow V = 625 \cdot 0,12 = 75 \text{ m}^3 = 75.000 \text{ L.}$$

Resposta da questão 31: $q = 1/2$ **Resposta da questão 32:** [B]

Sabendo que o primeiro frasco retirado é do tipo B, temos:

50 frascos do tipo A e 80 frascos do tipo B. A probabilidade de que o segundo frasco seja A é:

$$P = \frac{50}{50+80} = \frac{50}{130} = \frac{5}{13}.$$

Resposta da questão 33: [C]**Resposta da questão 34:** [E]

Seja $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}_+^*$ tal que $f(x) = a^x$.

Se as abscissas dos pontos da sequência estão em PA, então:

$$x \in \{-2, -2+r, -2+2r, -2+3r, -2+4r, \dots\}.$$

$$f(-2) = a^{-2}$$

$$f(-2+r) = a^{-2+r}$$

$$f(-2+2r) = a^{-2+2r}$$

$$f(-2+3r) = a^{-2+3r} = 1 \Rightarrow a^{-2+3r} = a^0 \Rightarrow r = \frac{2}{3}.$$

Logo, $f(x) \in \{a^{-2}, a^{-\frac{4}{3}}, a^{-\frac{2}{3}}, a^0, \dots\}$ e, portanto,

$$q = \frac{a^{-\frac{4}{3}}}{a^{-2}} = a^{\frac{2}{3}}.$$

Resposta da questão 35: [A]

$$\ell_1 = 1 \Rightarrow A_1 = 1$$

$$\ell_2 = \ell_1 \sqrt{2} = \sqrt{2} \Rightarrow A_2 = 2$$

$$\ell_3 = \ell_2 \sqrt{2} = 2 \Rightarrow A_3 = 4$$

$$\ell_4 = \ell_3 \sqrt{2} = 2\sqrt{2} \Rightarrow A_4 = 8$$

$$\vdots \quad \quad \quad \vdots$$

$$\ell_n = \ell_{n-1} \sqrt{2} \Rightarrow A_n = 2^{n-1}$$

$$S_{10} = 1 \cdot \frac{2^{10} - 1}{2 - 1} = 1023.$$

Resposta da questão 36:

$$\text{a) } \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{15}{16} \quad 95,75\% \text{ dele.}$$

b) Utilizando a soma dos n primeiros termos de uma PG. Temos:

$$\frac{\frac{1}{2} \cdot \left[\left(\frac{1}{2} \right)^n - 1 \right]}{\frac{1}{2} - 1} = \frac{99,9}{100}$$

$$1 - \frac{1}{2^n} > \frac{99,9}{100}$$

$$-\frac{1}{2^n} > \frac{-0,1}{100}$$

$$\frac{1}{2^n} > \frac{1}{1000}$$

Portanto, n deverá ser 10, pois $2^9 = 512$ e $2^{10} = 1024$.

Resposta da questão 37: [C]

Terça ----- $1 + 3 = 4$ L de iogurte.

Quarta ----- $4 + 3,4 = 16$ L de iogurte.

Quinta ----- $16 + 3,16 = 64$ L de iogurte.

Sexta ----- $64 + 64,3 = 256$ L = 2^8 L de iogurte.

Resposta da questão 38: [A]

$$S = 4 + 2 + 2 + 1 + 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \dots$$

$S = 4 + 4 + 2 + 1 + \frac{1}{2} + \dots$ (P.G. infinita de razão $\frac{1}{2}$)

$$S = 4 + \frac{4}{1 - \frac{1}{2}} \text{ (soma dos termos da P.G. Infinita)}$$

$$S = 4 + 8$$

$$S = 12\text{m}$$

Resposta da questão 39: [E]

$$d = 10 + 1 + \frac{1}{10} + \frac{1}{10^2} + \dots = 10 + \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{10} \right)^n.$$

PG infinita de razão $\frac{1}{10}$

$$d = \frac{10}{1 - \frac{1}{10}} = \frac{10}{\frac{9}{10}} = \frac{100}{9}$$

Resposta da questão 40: [B]

$$\sqrt{x} \sqrt{y} \sqrt{x} \sqrt{y} \dots = (x^{1/2} \cdot x^{1/8} \cdot x^{1/32} \dots) \cdot (y^{1/4} \cdot y^{1/16} \cdot y^{1/64} \dots) = x^{\frac{1}{2} + \frac{1}{8} + \frac{1}{32} + \dots} \cdot y^{\frac{1}{4} + \frac{1}{16} + \frac{1}{64} + \dots} = x^{2/3} \cdot y^{1/3}$$

(aplicando a fórmula da soma dos termos da P.G. é infinita em cada expoente.)

Resposta da questão 41: [C]

As raízes são 2, 4, 8, 16, 32, 64, ..., 2^n (formam uma P.G. de razão 2)

Calculando o produto dessas raízes, temos:

$$2 \cdot 4 \cdot 8 \cdot 16 \cdot 32 \cdot \dots \cdot 2^n = 2^{21}$$

$$2 \cdot 2^2 \cdot 2^3 \cdot 2^4 \cdot 2^5 \cdot \dots \cdot 2^n = 2^{21}$$

$$2^{1+2+3+4+5+\dots+n} = 2^{21}$$

$$\frac{(1+n) \cdot n}{2} = 21$$

$$n \cdot (n+1) = 42$$

$$n^2 + n - 42 = 0 \Rightarrow n = -7 \text{ (não convém)} \text{ ou } n = 6$$

Portanto, o grau da equação é 6.

Resposta da questão 42:

Igualando as duas funções, temos:

$$\log_{\frac{1}{2}} (2^x - 4) = -2 \Leftrightarrow 2^x - 4 = \left(\frac{1}{2} \right)^{-2} \Leftrightarrow 2^x = 8 \Leftrightarrow x = 3 \text{ logo}$$

o vértice da parábola é o ponto $V(3, -2)$

Chamando a P.G. $(a_1, a_2, a_3, \dots)$ de $(y/q, y, y, y, \dots)$

$$\frac{-b}{2a} = 3 \Leftrightarrow \frac{-y}{2 \cdot \frac{y}{q}} = 3 \Leftrightarrow q = -6$$

$$\frac{-\Delta}{4a} = -2 \Leftrightarrow \frac{-(y^2 - 4 \cdot \frac{y}{q}, yq)}{4 \cdot \frac{y}{q}} = -2 \Leftrightarrow y = \frac{4}{9} \text{ ou } y = 0 \text{ (não)}$$

convém)

Logo a P.G será $\left(\frac{-2}{27}, \frac{4}{9}, \frac{-8}{3}, \dots\right)$ e $a_6 = \frac{-2}{27} \cdot (-6)^5 = 576$

Resposta da questão 43: [B]

30 anos = 360 meses

$1,01x + 1,01^2x + 1,01^3x + 1,01^4x + \dots + 1,01^{360}x = 1\,000\,000$ (Soma dos termos de uma P.G)

$$\frac{1,01x(1,01^{360} - 1)}{1,01 - 1} = 1000000 \Leftrightarrow \frac{x(1,01^{361} - 1,01)}{0,01} \Leftrightarrow 1000000 \Leftrightarrow x = \frac{1000000 \cdot 0,01}{1,01^{361} - 1,01} \approx R\$286,00$$

Resposta da questão 44: [B]

R = razão da P.G

$$R = \frac{x_2}{x_1} = \frac{(p-q)^2}{p^2 - q^2}$$

Logo $x_{11} = x_1 \cdot R^{10}$

$$x_{11} = (p^2 - q^2) \cdot \left(\frac{(p-q)^2}{p^2 - q^2}\right)^{10} = \frac{(p-q)^{20}}{(p^2 - q^2)^9} = \frac{(p-q)^9 \cdot (p-q)^{11}}{(p-q)^9 (p+q)^9} = \frac{(p-q)^{11}}{(p+q)^9}$$

Resposta da questão 45:

$$\frac{a_1}{1-r^5} = 8 \quad \boxed{I}$$

$$\frac{a_1 r^4}{1-r^5} = 2 \Rightarrow r^4 \cdot 8 = 2 \quad \boxed{II}$$

$$r^4 = \frac{1}{4} \Leftrightarrow r = \pm \frac{\sqrt{2}}{2} (r < 0)$$

$$r = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

Substituindo r em I, temos:

$$a_1 = 8 \cdot \left(1 + \frac{\sqrt{2}}{8}\right) = 8 + \sqrt{2}$$

então $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + \dots =$

$$\frac{a_1}{1-q} = \frac{8 + \sqrt{2}}{1 + \frac{\sqrt{2}}{2}} = 2 \cdot \frac{(8 + \sqrt{2})}{2 + \sqrt{2}} = 14 - 6\sqrt{2}$$

Resposta da questão 46:

a) De acordo com a lei de formação da sequência, temos que:

$$a_1 = 1$$

$$a_2 = a_{2,1} = 1 \cdot a_1 = 1 \cdot 1 = 1$$

$$a_3 = 2$$

$$a_4 = a_{2,2} = 2 \cdot a_2 = 2 \cdot 1 = 2$$

$$a_5 = 2$$

$$a_6 = a_{2,3} = 3 \cdot a_3 = 3 \cdot 2 = 6$$

$$a_7 = 2$$

$$a_8 = a_{2,4} = 4 \cdot a_4 = 4 \cdot 2 = 8$$

$$a_9 = 2$$

$$a_{10} = a_{2,5} = 5 \cdot a_5 = 5 \cdot 2 = 10$$

$$a_{11} = 2$$

$$a_{12} = a_{2,6} = 6 \cdot a_6 = 6 \cdot 6 = 36$$

$$a_{13} = 2$$

$$a_{14} = a_{2,7} = 7 \cdot a_7 = 7 \cdot 2 = 14$$

$$a_{15} = 2$$

$$a_{16} = a_{2,8} = 8 \cdot a_8 = 8 \cdot 8 = 64$$

Portanto, a sequência pedida é:

(1, 1, 2, 2, 2, 6, 2, 8, 2, 10, 2, 36, 2, 14, 2, 64).

b) Observando que:

$$a_{2^n} = 2^{1+2+\dots+(n-1)},$$

com $n \in \mathbb{N}^*$, vem

$$a_{2^{50}} = 2^{1+2+\dots+49} = 2^{\frac{(1+49)}{2} \cdot 49} = 2^{1225}.$$

Resposta da questão 47:

$$a_2 = x$$

$$a_7 = x + 5 \cdot r$$

$$a_{27} = x + 25 \cdot r$$

a) considerando a sequência (a_2, a_7, a_{27}) como P.G.,

temos: $(x + 5r)^2 = x \cdot (x + 25r) \Rightarrow 25r^2 - 15r = 0 \Rightarrow r = 0$ ou $r = \frac{3x}{5}$

Admitindo $r = \frac{3x}{5}$ e que a P.A. possui elementos

inteiros, o valor mínimo possível para x é 5. Portanto, $r = 3$.

b) $a_{18} = a_2 + 16 \cdot r = 5 + 16 \cdot 3 = 53$

Resposta da questão 48: [B]

$(1, a_1, a_2, a_3, a_4) = (1, 1 + 2q, 1 + 4q, 1 + 6q)$ **P.A. de razão 2q**

$(1, b_1, b_2, b_3, b_4) = (1, q \cdot q^2, q^3)$ **P.G. de razão q**

Como as somas são iguais, podemos escrever:

$$1 + 1 + 2q + 1 + 4q + 1 + 6q = 1 + q + q^2 + q^3$$

$$q^3 + q^2 - 11 \cdot q - 3 = 0.$$

De acordo com o teorema das raízes racionais, sabemos que 3 é raiz do polinômio, então $q^3 + q^2 - 11 \cdot q - 3$ é divisível por 3.

Aplicando o dispositivo de Briot-Ruffini, temos:

3	1	1	-11	-3
	1	4	1	0

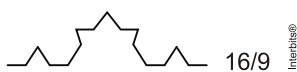
Interbits®

Portanto $q^3 + q^2 - 11 \cdot q - 3 = 0 \Leftrightarrow (q - 3) \cdot (q^2 - 4q + 1)$.

Como $q^2 + 4q + 1$ apresenta duas raízes negativas, temos $t = 3$ como sendo a única raiz positiva. Logo, $q = 3$ e $r = 2 \cdot q = 6$ e $r \cdot q = 6 \cdot 3 = 18$.

Resposta da questão 49: [C]

_____ 1



Interbits®

Os comprimentos das figuras formam uma P.G. de razão $4/3$. Logo, o comprimento da sexta figura será dado por:

$$a_6 = 1 \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^5 = \left(\frac{4}{3}\right)^5.$$

Resposta da questão 50:

$$370370...037 = 37 \cdot (10^{87} + 10^{84} + 10^{81} + \dots + 10^3 + 10^0) = \frac{37 \cdot (10^{90} - 1)}{1000 - 1} = \frac{10^{90} - 1}{27}$$

$$11...100...0 = 10^{30} (10^{29} + 10^{28} + 10^{27} + \dots + 10^0) = \frac{10^{30} \cdot (10^{30} - 1)}{10 - 1} = \frac{10^{60} - 10^{30}}{9}$$

$$\begin{aligned} & \sqrt[3]{\underbrace{370370...037}_{89 \text{ algarismos}} - \underbrace{11...1}_{30 \text{ algs "1"}} - \underbrace{00...0}_{30 \text{ algs "0"}}} = \\ &= \sqrt[3]{\frac{10^{90} - 1}{27} - \frac{10^{60} - 10^{30}}{9}} = \\ &= \sqrt[3]{\frac{10^{90} - 3 \cdot 10^{60} + 3 \cdot 10^{30} - 1}{27}} = \\ &= \frac{\sqrt[3]{(10^{30} - 1)^3}}{3} = \frac{10^{30} - 1}{3}. \end{aligned}$$