Nível 2 – Conjuntos

1. (Epcar (Afa) 2017) Sejam os números reais

$$a = \frac{\sqrt{(-1)^2} \cdot 0{,}1222\ldots}{(1{,}2)^{-1}}$$

$b =$ comprimento de uma circ. de raio 1

$$c = \sqrt{12} \cdot \sqrt{90} \cdot \sqrt{160} \cdot \sqrt{147}$$

Sendo N, Z, Q e R os conjuntos numéricos, assinale a alternativa FALSA.

a) $\{a, c\} \subset \mathbb{Q}$
b) $c \in (\mathbb{Z} \cap \mathbb{N})$
c) $(\mathbb{R} - \mathbb{Q}) \supset \{b, c\}$
d) $\{a, c\} \subset (\mathbb{R} \cap \mathbb{Q})$

2. (G1 - ifpe 2016) Em uma cooperativa de agricultores do município de Vitória de Santo Antão, foi realizada uma consulta em relação ao cultivo da cultura da cana-de-açúcar e do algodão. Constatou-se que 125 associados cultivam a cana-de-açúcar, 85 cultivam o algodão e 45 cultivam ambos. Sabendo que todos os cooperativados cultivam pelo menos uma dessas duas culturas, qual é o número de agricultores da cooperativa?

a) 210 b) 255 c) 165 d) 125 e) 45

3. (G1 - ifpe 2016) Com o objetivo de realizar um levantamento sobre o número de professores afastados para cursos de capacitação do *campus* Vitoria de Santo Antão, verificou-se que, de um total de 88 professores na instituição,

45 professores lecionam no Ensino Integrado;
35 professores lecionam no Ensino Superior;
30 professores lecionam no Ensino Subsequente;
15 professores lecionam no Integrado e Superior;
10 professores lecionam no Integrado e Subsequente;
10 professores lecionam no Superior e Subsequente;
5 professores lecionam no Integrado, Superior e Subsequente.

Sabe-se que o *campus* Vitória de Santo Antão apenas oferece essas três modalidades de ensino e que todos os professores que não estão afastados lecionam em, pelo menos, uma das três modalidades. Com base nestas informações, conclui-se que o número de professores que não estão lecionando em nenhuma das três modalidades por estarem afastados para curso de capacitação é

a) 20 b) 16 c) 12 d) 8 e) 10

4. (G1 - ifal 2016) A Lógica estuda a valorização das sentenças e suas relações, e muitas vezes usa a simbologia dos conjuntos para expressar essa linguagem. Por exemplo: sejam o conjunto dos jogadores de futebol e o conjunto dos atletas, denotados por F e A respectivamente. A sentença lógica "TODO JOGADOR DE FUTEBOL É ATLETA" significa que para qualquer elemento $X \in F$, tem-se também que $X \in A$. Representamos simbolicamente por $F \subset A$, ou seja, o conjunto F está contido no conjunto A. Posto isto, a simbologia $F \not\subset A$ expressa corretamente pela lógica que

a) nenhum jogador de futebol é atleta.
b) todo atleta é jogador de futebol.
c) existe jogador de futebol que é atleta.
d) existe atleta que não é jogador de futebol.
e) existe jogador de futebol que não é atleta.

5. (Pucpr 2016) As afirmações a seguir são verdadeiras:

Todo maratonista gosta de correr na rua.
Existem maratonistas que são pouco disciplinados.

Dessa forma, podemos afirmar que:

a) Algum maratonista pouco disciplinado não gosta de correr na rua.
b) Algum maratonista disciplinado não gosta de correr na rua.
c) Todo maratonista que gosta de correr na rua é pouco disciplinado.
d) Todo maratonista pouco disciplinado não gosta de correr na rua.
e) Algum maratonista que gosta de correr na rua é pouco disciplinado.

6. (Ebmsp 2016) Em um grupo de 100 jovens, verificou-se que

- dos que usam óculos de grau, 12 usam aparelho ortodôntico.
- a metade dos que usam óculos de grau não usa aparelho ortodôntico.
- 70% dos que usam aparelho ortodôntico não usam óculos de grau.

Com base nessas informações, pode-se afirmar que o número de jovens que não usam óculos de grau e nem aparelho ortodôntico é igual a

a) 36 b) 48 c) 62 d) 70 e) 88

7. (Ime 2016) Dados três conjuntos quaisquer F, G e H. O conjunto $G - H$ é igual ao conjunto:

a) $(G \cup F) - (F - H)$ b) $(G \cup H) - (H - F)$
c) $(G \cup (H - F)) \cap \overline{H}$ d) $\overline{G} \cup (H \cap F)$
e) $(\overline{H} \cap G) \cap (G - F)$

8. (G1 - ifba 2016) O Departamento de Ensino de uma determinada Instituição fez um levantamento sobre os 50 professores alocados nos cursos oferecidos, e verificou que 30 professores lecionavam no Ensino Médio, 26 professores lecionavam no Ensino Fundamental, 10 em outras modalidades e alguns no Ensino Médio e Fundamental. Com base nestas informações, conclui-se que o número de professores que não lecionavam no Ensino Médio é igual a:

a) 10 b) 16 c) 20 d) 34 e) 44

9. (Ueg 2016) Dados os conjuntos $A = \{x \in \square \mid -2 < x \leq 4\}$ e $B = \{x \in \square \mid x > 0\}$ a intersecção entre eles é dada pelo conjunto

a) $\{x \in \square \mid 0 < x \leq 4\}$ b) $\{x \in \square \mid x > 0\}$
c) $\{x \in \square \mid x > -2\}$ d) $\{x \in \square \mid x \geq 4\}$

10. (Ufpa 2016) Em uma turma de cinquenta alunos de Medicina, há dezoito cursando Anatomia, quinze cursando Citologia e treze cursando Biofísica. Seis alunos cursam simultaneamente Anatomia e Citologia, cinco cursam simultaneamente Citologia e Biofísica e quatro cursam simultaneamente Anatomia e Biofísica. Dezesseis alunos não cursam nenhuma destas disciplinas. O número de alunos que cursam, simultaneamente, exatamente duas disciplinas é

a) $31.$ b) $15.$ c) $12.$ d) $8.$ e) $6.$

11. (G1 - cp2 2016) Numa creche com 32 crianças:

- 5 crianças moram na Tijuca, vão de ônibus e jantam na creche.
- 3 crianças moram na Tijuca, vão de ônibus, mas não jantam na creche.
- 9 crianças não moram na Tijuca, não vão de ônibus e não jantam na creche.
- 11 crianças moram na Tijuca e jantam na creche.
- 16 crianças moram na Tijuca.
- 9 crianças vão de ônibus e jantam na creche.
- 13 crianças vão de ônibus.

Quantas crianças jantam na creche?

a) $11.$ b) $15.$ c) $17.$ d) $18.$

12. (G1 - col. naval 2016) Dados os conjuntos $A = (f, g, h, k)$, $B = (g, h, k)$, $C = (f, g)$ e sabendo que X é construído a partir das seguintes informações:

I. $X \subset A \cup B \cup C.$
II. $X \cap C = \{f\}.$
III. $B - X = \{g, h\}.$

Pode-se afirmar que:

a) $[(A - X) \cup C] - B = \{f, g\}.$
b) $[(X - A) \cap C] = \{f, g, k\}.$
c) $[(A - B) \cup X] - C = \{g, h\}.$
d) $[X \cap (A - B)] \cup C = \{g, h, k\}.$
e) $[(A - X) \cap (B - X)] = \{g, h\}.$

13. (Uece 2016) Temos uma sequência formada por 2015 números reais, onde o primeiro é o número 11. Se x é um número nesta sequência, o seguinte é dado por $\frac{x-1}{x+1}$. Nessas condições, a soma dos dois últimos números da sequência é

a) $\frac{11}{33}$. b) $\frac{6}{5}$. c) $\frac{49}{66}$. d) $\frac{31}{33}$.

14. (Pucrj 2015) Uma pesquisa realizada com 245 atletas, sobre as atividades praticadas nos seus treinamentos, constatou que 135 desses atletas praticam natação, 200 praticam corrida e 40 não utilizavam nenhuma das duas modalidades no seu treinamento.

Então, o número de atletas que praticam natação e corrida é:
a) 70 b) 95 c) 110 d) 125 e) 130

15. (Pucpr 2015) Em uma enquete, com 500 estudantes, sobre a preferência de cada um com três tipos diferentes de sucos (laranja, manga e acerola), chegou-se ao seguinte resultado: 300 estudantes gostam do suco de laranja; 200 gostam do suco de manga; 150 gostam do suco de acerola; 75 gostam dos sucos de laranja e acerola; 100 gostam dos sucos de laranja e manga; 10 gostam dos três sucos e 65 não gostam de nenhum dos três sucos.

O número de alunos que gosta dos sucos de manga e acerola é:
a) $40.$ b) $60.$ c) $120.$ d) $50.$ e) $100.$

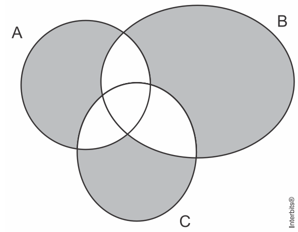
16. (Fgv 2015) A raiz quadrada da diferença entre a dízima periódica $0,444...$ e o decimal de representação finita $0,\overbrace{444...4}^{10 \text{ vezes}}$ é igual a 1 dividido por

a) $90.000.$ b) $120.000.$ c) $150.000.$
d) $160.000.$ e) $220.000.$

17. (Ufg 2014) Na classificação de Robert H. Whittaker, os seres vivos foram agrupados nos reinos *Monera, Protista, Fungi, Plantae* e *Animalia*. A esse respeito, considere os seguintes conjuntos de reinos *A* = {*Monera, Protista, Fungi*}, *B* = {*Plantae, Animalia, Fungi*}, *C* = {*Animalia, Protista, Fungi*} e uma lista de indivíduos que os representam formada por {bactérias, levedura, samambaia, cogumelo, algas microscópicas, caracol, esponja, musgo}. Diante do exposto, conclui-se que todos os indivíduos que pertencem aos reinos que estão no conjunto $(A \cap B)^C - C$ são os seguintes:

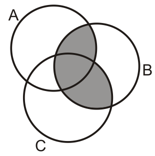
a) bactérias, musgo e samambaia.
b) bactérias e algas microscópicas.
c) samambaia e musgo.
d) samambaia, musgo e algas microscópicas.
e) caracol e esponja.

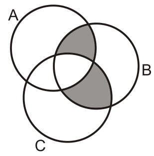
18. (G1 - cp2 2014) No diagrama abaixo, as figuras A, B e C representam conjuntos de indivíduos com uma determinada característica. Todo indivíduo que possui a característica A está representado dentro do conjunto A e quem não tem a característica está fora do mesmo. Analogamente, estão dentro de B todos os que têm a característica B e estão dentro de C todos os que têm a característica C.

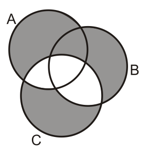


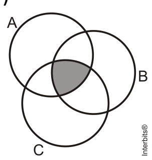
Nesse caso, a região sombreada indicará todos os indivíduos que:
a) não têm nenhuma das três características;
b) têm pelo menos uma das três características;
c) têm apenas uma das três características;
d) têm duas das três características;
e) têm as três características.

19. (Ufsj 2013) O diagrama que representa o conjunto $\left[(A \cap B) - C\right] \cup \left[(C \cap B) - A\right]$ é

a) 

b) 

c) 

d) 

20. (Uern 2013) Em um vestibular para ingresso no curso de engenharia de uma determinada universidade, foi analisado o desempenho dos 1472 vestibulandos nas provas de Português, Matemática e Física, obtendo-se o seguinte resultado:
- 254 candidatos foram aprovados somente em Português;
- 296 candidatos foram aprovados somente em Matemática;
- 270 candidatos foram aprovados somente em Física;
- 214 candidatos foram aprovados em Português e Física;
- 316 candidatos foram aprovados em Matemática e Física;
- 220 candidatos foram aprovados em Português e Matemática;
- 142 candidatos foram reprovados nas três disciplinas.

O número de alunos aprovados nas três disciplinas, e, portanto, aptos a ingressarem no curso de engenharia, é
a) 98. b) 110. c) 120. d) 142.

Gabarito:

Resposta da questão 1:
[C]

Analisando as alternativas, percebe-se que a única incorreta é a alternativa [C], pois:

$$a = \frac{\sqrt{(-1)^2} \cdot 0{,}1222\ldots}{(1{,}2)^{-1}} = \frac{\sqrt{1} \cdot {}^{11}\!/_{90}}{{}^{10}\!/_{12}} \to a = \frac{11}{75}$$

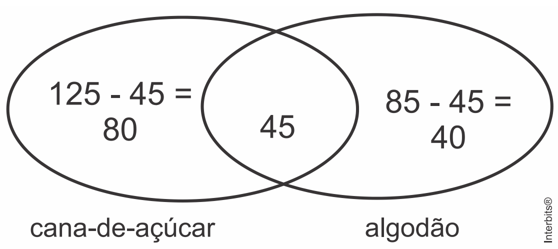
$$b = 2\pi$$

$$c = \sqrt{12} \cdot \sqrt{90} \cdot \sqrt{160} \cdot \sqrt{147} = 2\sqrt{3} \cdot 3\sqrt{10} \cdot 4\sqrt{10} \cdot 7\sqrt{3} \to c = 5040$$

$$(\mathbb{R} - \mathbb{Q}) \supset \{2\pi, 5040\}$$

Resposta da questão 2:
[C]

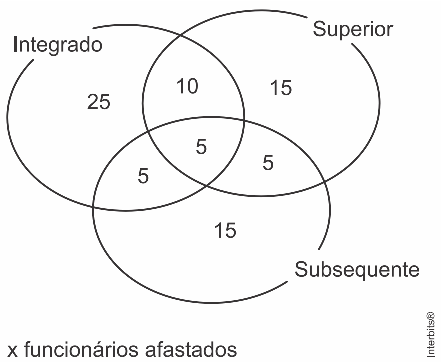
Resolvendo por diagramas de Venn, temos:



Portanto, o número de agricultores da cooperativa é:
$80 + 45 + 40 = 165$ agricultores.

Resposta da questão 3:
[D]

De acordo com as informações do problema, podemos construir o seguinte diagrama:



$$25 + 15 + 15 + 5 + 5 + 10 + 10 + 5 + x = 88$$
$$x = 8$$

Resposta da questão 4:
[E]

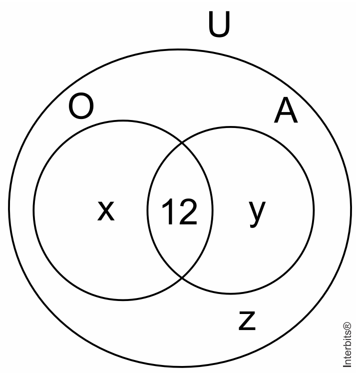
Se F não está contido em A, então a próxima conclusão lógica é que existe intersecção entre F e A e existe união entre F e A, sendo estes dois conjuntos diferentes entre si. Logo, existe jogador de futebol que não é atleta.

Resposta da questão 5:
[E]

Sejam M e R, respectivamente, o conjunto dos maratonistas e o conjunto das pessoas que gostam de correr na rua. Logo, se todo maratonista gosta de correr na rua, então $M \subset R$.
Por outro lado, se P é o conjunto dos maratonistas que são pouco disciplinados, então $M \cap P \neq \varnothing$ e, portanto, existe algum maratonista que gosta de correr na rua e é pouco disciplinado.

Resposta da questão 6:
[B]

Considere o diagrama, em que O representa o conjunto dos jovens que usam óculos e A representa o conjunto dos jovens que usam aparelho ortodôntico.



Se metade dos que usam óculos de grau não usa aparelho ortodôntico, então metade dos que usam óculos de grau usa aparelho ortodôntico. Logo, temos

$$\frac{x + 12}{2} = 12 \Leftrightarrow x = 12.$$

Ademais, se 70% dos que usam aparelho ortodôntico não usam óculos de grau, então $100\% - 70\% = 30\%$ dos que usam aparelho ortodôntico usam óculos de grau. Assim, vem

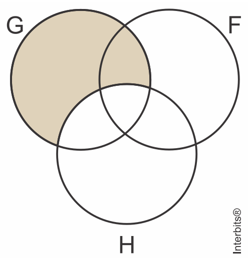
$$\frac{3}{10}(y + 12) = 12 \Leftrightarrow y = 28.$$

Portanto, o número de jovens que não usam óculos de grau e nem aparelho ortodôntico, z, é tal que

$$x + y + z + 12 = 100 \Leftrightarrow z = 88 - 40 \Leftrightarrow z = 48.$$

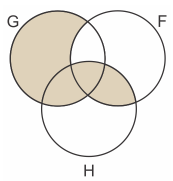
Resposta da questão 7:
[C]

Utilizando os diagramas de Venn, pode-se representar o conjunto $G - H$ como sendo:

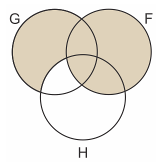


Comparando este diagrama com os apresentados nas alternativas, tem-se:

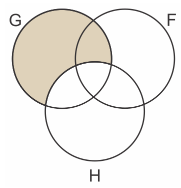
[A]
$(G \cup F) - (F - H)$



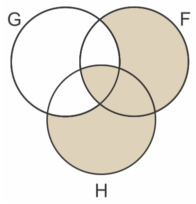
[B]
$(G \cup H) - (H - F)$



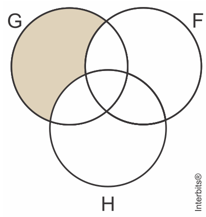
[C]
$(G \cup (H - F)) \cap \overline{H}$



[D] $\overline{G} \cup (H \cap F)$



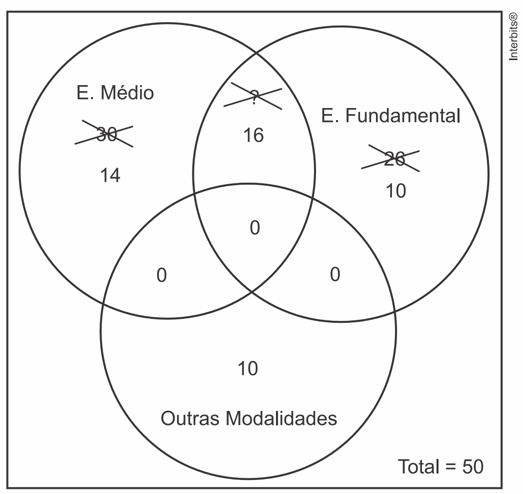
[E]
$(\overline{H} \cap G) \cap (G - F)$



Assim, comparando-se os diagramas percebe-se que a alternativa correta é a alternativa [C].

Resposta da questão 8:
[C]

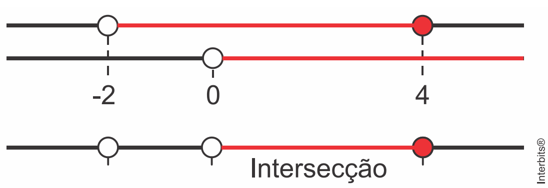
Com base nos dados do enunciado, pode-se deduzir:



Logo, o número de professores que não lecionavam no Ensino Médio é igual 20.

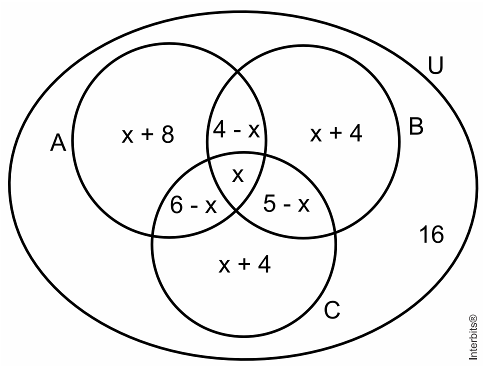
Resposta da questão 9:
[A]

A intersecção dos dois conjuntos é $\{x \in \mathbb{R} \mid 0 < x \leq 4\}$. Ou graficamente:



Resposta da questão 10:
[E]

Considere o diagrama, em que A, B e C são, respectivamente, o conjunto de alunos que cursam Anatomia, o conjunto dos alunos que cursam Biofísica e o conjunto dos alunos que cursam Citologia



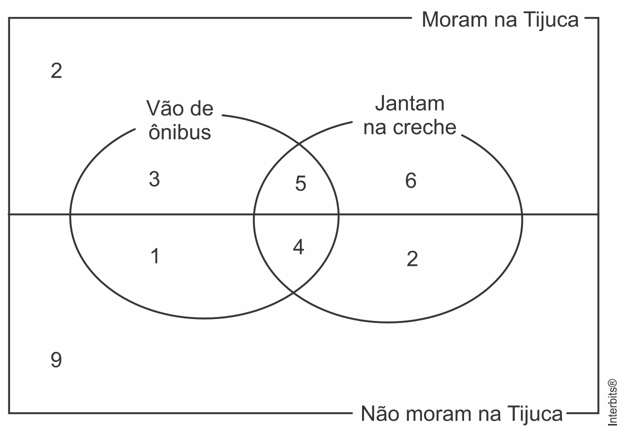
Desde que $n(U) = 50$, temos

$$18 + x + 4 + 5 - x + x + 4 + 16 = 50 \Leftrightarrow x + 13 = 16$$
$$\Leftrightarrow x = 3.$$

Por conseguinte, a resposta é $15 - 3x = 6$.

Resposta da questão 11:
[C]

Utilizando as informações contidas no problema, podemos construir o seguinte diagrama.



Logo, o número de crianças que jantam na creche será dado por:
$5 + 6 + 4 + 2 = 17.$

Resposta da questão 12:
[E]

Identificando os elementos do conjunto X:
$A = (f, g, h, k)$
$B = (g, h, k)$
$C = (f, g)$

$$\left.\begin{array}{l} [\mathrm{I}] \to A \cup B \cup C = (f, g, h, k) \\ [\mathrm{II}] \to X \cap (f, g) = (f) \to \left\langle \begin{array}{l} f \in X \\ g \notin X \end{array} \right. \\ [\mathrm{III}] \to (g, h, k) - X = (g,h) \to \left\langle \begin{array}{l} k \in X \\ g,h \notin X \end{array} \right. \end{array} \right\} X = (f,k)$$

Analisando as alternativas, a única que apresenta uma proposição correta é a alternativa [E]:

$$[(A - X) \cap (B - X)] = \{g, h\}$$
$$A - X = (f, g, h, k) - (f, k) = (g, h)$$
$$B - X = (g, h)$$
$$(g, h) \cap (g, h) = \{g, h\}$$

Resposta da questão 13:
[C]

Tem-se que a sequência é $\left(11, \frac{5}{6}, -\frac{1}{11}, -\frac{6}{5}, 11, \frac{5}{6}, -\frac{1}{11}, -\frac{6}{5}, \ldots, a_{2014}, a_{2015}\right)$. Donde é fácil ver que, se a_n é o termo geral da sequência, com n inteiro positivo e menor do que ou igual a 2015, então

$$a_n = \begin{cases} 11, \text{ se } n = 4k+1 \\ \frac{5}{6}, \text{ se } n = 4k+2 \\ -\frac{1}{11}, \text{ se } n = 4k+3 \\ -\frac{6}{5}, \text{ se } n = 4k+4 \end{cases},$$

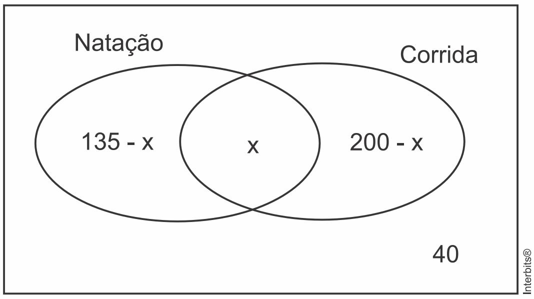
sendo k um número natural.

Portanto, como $2014 = 4 \cdot 503 + 2$ e $2015 = 4 \cdot 503 + 3$ segue que

$$a_{2014} + a_{2015} = \frac{5}{6} + \left(-\frac{1}{11}\right) = \frac{49}{66}.$$

Resposta da questão 14:
[E]

De acordo com os dados temos os seguintes diagramas:

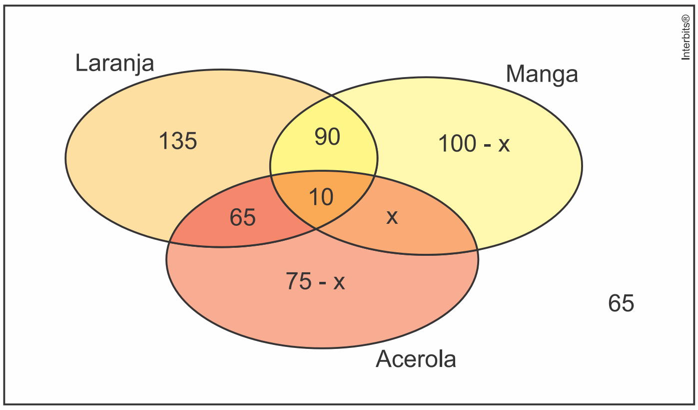


Através de uma equação de primeiro grau, temos:

$$135 - x + x + 200 - x + 40 = 245 \Rightarrow -x = 245 - 375 \Rightarrow x = 130.$$

Resposta da questão 15:
[D]

De acordo com o enunciado temos:



$$135 + 100 - x + 75 - x + 90 + 10 + x + 65 + 65 = 500$$
$$-x = 500 - 540$$
$$-x = -40$$
$$x = 40$$

Resposta da questão 16:
[C]

Tem-se que

$$\sqrt{0,444\ldots - 0,\underbrace{444\ldots4}_{10\text{ vezes}}} = \sqrt{0,\underbrace{000\ldots0}_{10\text{ vezes}}444\ldots}$$
$$= \sqrt{10^{-10} \cdot \frac{4}{9}}$$
$$= 10^{-5} \cdot \frac{2}{3}$$
$$= \frac{2}{300000}$$
$$= \frac{1}{150000}.$$

Resposta da questão 17:
[A]

$(A \cap B)^C - C$ = {*Monera, Protista, Plantae, Animália* } - {*Animalia, Protista, Fungi*} =
= {*Monera e Plantae*}

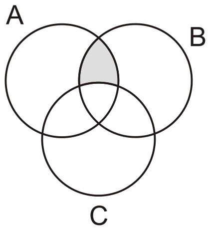
Portanto, a alternativa correta é [A], já que bactérias pertencem ao reino *Monera* e samambaias e musgos ao reino *Plantae*.

Resposta da questão 18:
[C]

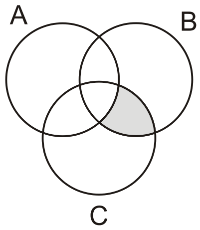
As regiões destacadas representam os elementos que pertencem a somente um dos conjuntos. Portanto, os elementos que possuem apenas uma das características.

Resposta da questão 19:
[B]

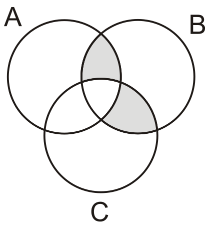
A ∩ B - C



A ∩ B - C



[(A ∩ B) - C] ∪ [(C ∩ B) - A]



Interbits®

Resposta da questão 20:
[C]

Sejam P, M e $F,$ respectivamente, o conjunto dos alunos aprovados em Português, o conjunto dos alunos aprovados em Matemática e o conjunto dos alunos aprovados em Física.

Se $n(P \cap M \cap F) = x,$ então, pelo Princípio da Indusão-Exclusão, vem

$$\begin{aligned} n(P \cup M \cup F) &= n(P) + n(M) + n(F) - n(P \cap M) - n(P \cap F) - n(M \cap F) + n(P \cap M \cap F) \\ &= 688 - x + 832 - x + 800 - x - 220 - 214 - 316 + x \\ &= 1570 - 2x. \end{aligned}$$

Portanto, sendo U o conjunto universo, temos

$$\begin{aligned} n(U) = n(P \cup M \cup F) + n(\overline{P \cup M \cup F}) &\Leftrightarrow 1472 = 1570 - 2x + 142 \\ &\Leftrightarrow x = 120. \end{aligned}$$