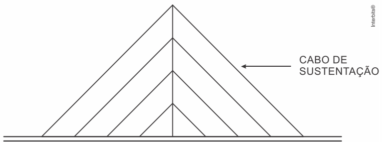
1. (Cp2 2019) Um engenheiro deseja projetar uma ponte estaiada para ligar duas cidades vizinhas. Ele precisa instalar 8 cabos de sustentação que ligam uma torre (vertical) à parte horizontal da ponte, e dispõe de 1400 metros de cabo para isso. Os cabos devem ser fixados à mesma distância um do outro, tanto na torre quanto na parte horizontal. Assim, a distância da base da torre ao primeiro ponto de fixação vertical deve ser igual à distância entre dois pontos de fixação vertical consecutivos. Essa mesma distância deve ser utilizada da base da torre ao primeiro ponto de fixação horizontal e entre os pontos de fixação horizontal consecutivos, conforme mostra a figura a seguir:
(Use $\sqrt{2} \cong 1{,}41$)

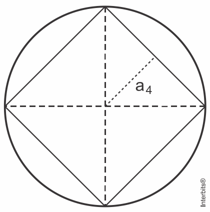


A distância, em metros, entre dois pontos consecutivos de fixação desses cabos deve ser aproximadamente de
a) 49,5 b) 70 c) 98,5 d) 100

2. (Mackenzie 2019) Os raios das circunferências, inscrita e circunscrita, ao triângulo equilátero cujo lado mede a, são, respectivamente,

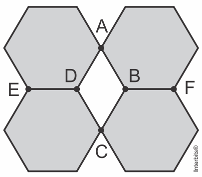
a) $\frac{a}{3}$ e $\frac{2a}{3}$ b) $\frac{a}{2}$ e a c) $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ e $a\sqrt{2}$
d) $\frac{a\sqrt{3}}{6}$ e $\frac{a\sqrt{3}}{3}$ e) $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ e $a\sqrt{3}$

3. (Ueg 2019) Observando-se o desenho a seguir, no qual o círculo tem raio r, e calculando-se o apótema a_4, obtemos



a) $2r\sqrt{2}$ b) $3r\sqrt{2}$ c) $\frac{3r}{2}\sqrt{2}$ d) $\frac{r}{2}\sqrt{2}$ e) $r\sqrt{2}$

4. (Ufrgs 2019) Os quatro hexágonos da imagem a seguir são regulares e cada um tem área de $48\ cm^2$.
Os vértices do quadrilátero $ABCD$ coincidem com vértices dos hexágonos. Os pontos E, D, B e F são colineares.

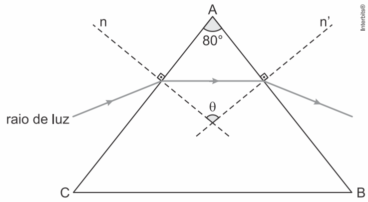


A área do quadrilátero ABCD, em cm^2, é
a) 8 b) 10 c) 16 d) 24 e) 36

5. (Eear 2019) A área de um hexágono regular inscrito em um círculo de $\sqrt{6}\ cm$ de raio é _____ $\sqrt{3}\ cm^2$.
a) 6 b) 9 c) 12 d) 15

6. (Uece 2019) Considere MXYZW um pentágono regular e XYO um triângulo equilátero em seu interior (o vértice O está no interior do pentágono). Nessas condições, a medida, em graus, do ângulo XOZ é
a) 116 b) 96 c) 126 d) 106

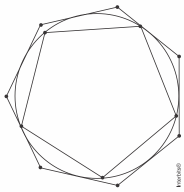
7. (Uerj 2019) Na imagem a seguir, o triângulo ABC representa uma seção plana paralela à base de um prisma reto. As retas n e n' são perpendiculares aos lados AC e AB, respectivamente, e $B\hat{A}C = 80°$.



A medida do ângulo θ entre n e n' é:
a) $90°$ b) $100°$ c) $110°$ d) $120°$

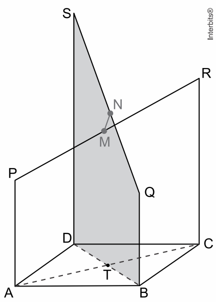
8. (Uece 2018) No quadrilátero XYZW as medidas dos ângulos internos Z e W são respectivamente 128 graus e 76 graus. Se as bissetrizes dos ângulos internos X e Y cortam-se no ponto O, pode-se afirmar corretamente que a medida do ângulo XOY é igual a
a) 156 graus. b) 78 graus. c) 204 graus. d) 102 graus.

9. (Cp2 2018) A figura a seguir mostra uma circunferência e dois polígonos. Um dos polígonos é inscrito nessa circunferência e outro, circunscrito a ela.



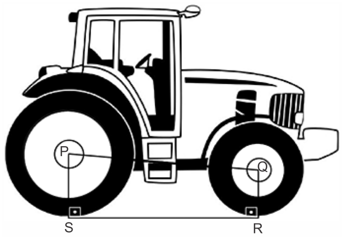
Se M é o número de diagonais do polígono inscrito e N é o número de diagonais do polígono circunscrito, a razão entre M e N é igual a
a) 7/5 b) 5/7 c) 14/5 d) 5/14

10. (Fgv 2018) Seja ABCD um paralelogramo e AP, BQ, CR e DS segmentos contidos em retas paralelas entre si, localizados do mesmo lado do plano que contém o paralelogramo ABCD. Sabe-se que $AP = 10$, $BQ = 8$, $CR = 18$, $DS = 22$, T é ponto de intersecção entre $\overline{AC}$ e $\overline{BD}$, e que M e N são, respectivamente, pontos médios de $\overline{PR}$ e $\overline{QS}$, como mostra a figura.



Nas condições dadas, a medida MN é igual a
a) 1 b) 1,5 c) 2 d) 2,5 e) 3

11. (Cftmg 2018) No trator da figura, o raio $\overline{PS}$ da maior circunferência determinada pelo pneu traseiro é $80\ \text{cm}$, o raio $\overline{QR}$ da maior circunferência determinada pelo pneu dianteiro é $56\ \text{cm}$ e as distâncias entre os centros P e Q dessas circunferências é de $240\ \text{cm}$.



Considerando $\pi = 3$, a distância entre os pontos S e R, em que os pneus tocam o solo plano é

a) igual ao comprimento da circunferência de raio $\overline{PS}$.
b) maior que o comprimento da circunferência de raio $\overline{PS}$.
c) um valor entre as medidas dos comprimentos das circunferências de raios $\overline{PS}$ e $\overline{QR}$.
d) maior que o módulo da diferença entre os comprimentos das circunferências de raios $\overline{PS}$ e $\overline{QR}$.

12. (Pucsp 2018) Atribui-se aos pitagóricos a ideia de números figurados. Esses números expressam configurações geométricas e representam um elo entre a geometria e a aritmética. A tabela mostra alguns desses números e suas respectivas expressões algébricas gerais, em que n é um número natural diferente de zero.

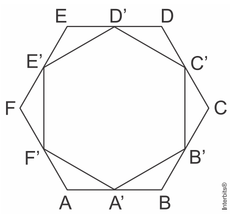
Números figurados	Oblongos	Pentagonais	Hexagonais
Expressões algébricas gerais	$n(n+1)$	$\dfrac{n(3n-1)}{2}$	$2n^2 - n$

Fonte: Carl B. Boyer: História da matemática – Editora Edgard Blücher – 1974 (Adaptado)

Sabendo que para determinado valor de n, o número pentagonal correspondente possui 3 unidades a menos que o número hexagonal, então, o valor do número oblongo que corresponde ao dobro do valor de n é

a) 18. b) 26. c) 34. d) 42.

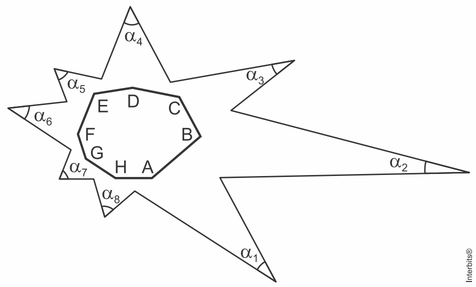
13. (Cftmg 2018) Considere um hexágono regular $ABCDEF$. A partir dos pontos médios dos lados traça-se um novo hexágono $A'B'C'D'E'F'$.



A medida do ângulo $B\hat{A}'B'$, em graus, é

a) 20. b) 30. c) 40. d) 60.

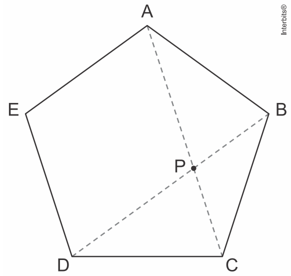
14. (Fuvest 2018) Prolongando-se os lados de um octógono convexo $ABCDEFGH$, obtém-se um polígono estrelado, conforme a figura.



A soma $\alpha_1 + \ldots + \alpha_8$ vale

a) $180°$. b) $360°$. c) $540°$. d) $720°$. e) $900°$.

15. (Epcar (Afa) 2018) A figura a seguir é um pentágono regular de lado $2\ \text{cm}$.

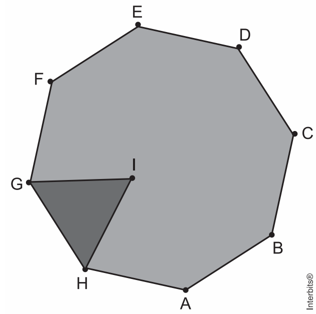


Os triângulos DBC e BCP são semelhantes.

A medida de $\overline{AC}$, uma das diagonais do pentágono regular, em cm, é igual a

a) $1+\sqrt{5}$ b) $-1+\sqrt{5}$ c) $2+\dfrac{\sqrt{5}}{2}$ d) $2\sqrt{5}-1$

16. (Enem PPL 2018) As Artes Marciais Mistas, tradução do inglês: MMA – *mixed martial* arts são realizadas num octógono regular. De acordo com a figura, em certo momento os dois lutadores estão respectivamente nas posições G e F, e o juiz está na posição I. O triângulo IGH é equilátero e $G\hat{I}F$ é o ângulo formado pelas semirretas com origem na posição do juiz, respectivamente passando pelas posições de cada um dos lutadores.



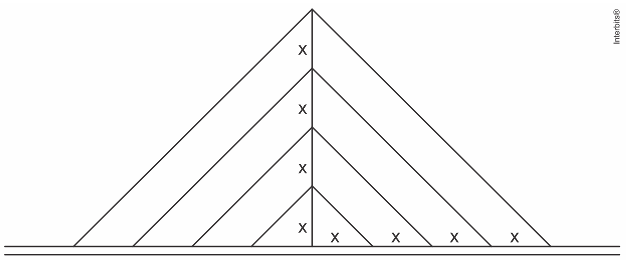
A medida do ângulo $G\hat{I}F$ é

a) $120°$ b) $75°$ c) $67{,}5°$ d) $60°$ e) $52{,}5°$

Gabarito:

Resposta da questão 1: [A]

Calculando:



$$\frac{1400}{2} = x\sqrt{2} + 2x\sqrt{2} + 3x\sqrt{2} + 4x\sqrt{2} \Rightarrow 700 = 10x\sqrt{2} \Rightarrow x = 49{,}64$$

Resposta da questão 2: [D]

É imediato que a altura do triângulo considerado mede $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Sendo a medida do segmento que une o baricentro a um vértice do triângulo equilátero igual a $\frac{2}{3}$ da altura, e a medida do segmento que une o baricentro ao ponto médio do lado oposto ao vértice considerado igual a $\frac{1}{3}$ da altura, tem-se que a resposta é $\frac{a\sqrt{3}}{6}$ e $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

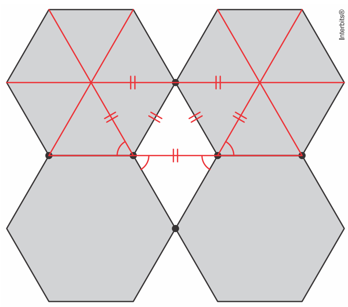
Resposta da questão 3: [D]

Considerando que o diagonal do quadrado mede $2r$ e que o lado deste quadrado mede $2 \cdot a_4$, podemos escrever que:

$$2 \cdot a_4 \cdot \sqrt{2} = 2 \cdot r \Rightarrow a_4 = \frac{r}{\sqrt{2}} \Rightarrow a_4 = \frac{r \cdot \sqrt{2}}{2}$$

Resposta da questão 4: [C]

Um hexágono regular é formado por 6 triângulos equiláteros. Portanto, no caso dado cada triângulo mede $8\ \text{cm}^2$. O quadrilátero $ABCD$ é formado por 2 triângulos idênticos aos que formam os hexágonos, pois tem lados e ângulos congruentes. Assim a medida do quadrilátero será igual a $16\ \text{cm}^2$.



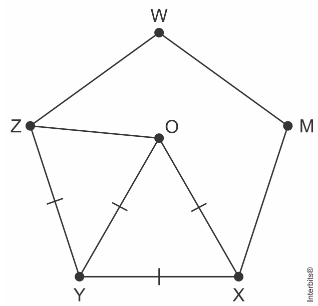
Resposta da questão 5: [B]

Como o hexágono regular está inscrito no círculo, sua área é dada por: $6 \cdot \frac{\sqrt{6}^2 \cdot \sqrt{3}}{4} = 9\sqrt{3}$

Portanto, o número que multiplica $\sqrt{3}$ é o 9.

Resposta da questão 6: [C]

Considere a figura.



Desde que o triângulo XYO é equilátero, temos $\overline{ZY} = \overline{OY} = \overline{YX} = \overline{XO}$. Ademais, como cada ângulo interno do pentágono regular $MXYZW$ mede $\frac{180° \cdot (5-2)}{5} = 108°$, temos $Z\hat{Y}O = 108° - 60° = 48°$.

Por outro lado, sendo o triângulo YZO isósceles de base ZO, vem $Z\hat{O}Y = \frac{180° - 48°}{2} = 66°$.

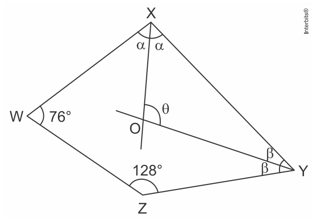
A resposta é
$$\begin{aligned} X\hat{O}Z &= X\hat{O}Y + Z\hat{O}Y \\ &= 60° + 66° \\ &= 126°. \end{aligned}$$

Resposta da questão 7: [B]

Calculando: $\theta = 360 - 90° - 90° - 80° = 100°$

Resposta da questão 8: [D]

Do enunciado, temos:



No quadrilátero $WXYZ$, temos:

$$76° + 128° + 2\alpha + 2\beta = 360°$$
$$2\alpha + 2\beta = 156°$$
$$\alpha + \beta = 78°$$

No triângulo XOY, temos:

$\alpha + \beta + \theta = 180°$

$78° + \theta = 180°$

$\theta = 102°$

$X\hat{O}Y = 102°$

Resposta da questão 9: [D]

M é o número de diagonais do pentágono, portanto:

$$M = \frac{5 \cdot (5-3)}{2} = 5$$

N é o número de diagonais do heptágono, portanto:

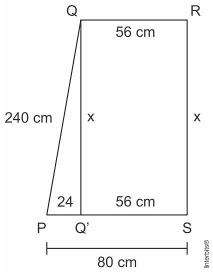
$$N = \frac{7 \cdot (7-3)}{2} = 14$$

Logo, a razão pedida será dada por: $\frac{M}{N} = \frac{5}{14}$

Resposta da questão 10: [A]
Considerando-se os trapézios $APRC$ e $BQSD$, pode-se calcular:

$$TM = \frac{AP + CR}{2} = \frac{10 + 18}{2} = 14$$
$$TN = \frac{BQ + SD}{2} = \frac{8 + 22}{2} = 15$$
$$MN = TN - TM = 15 - 14 = 1$$

Resposta da questão 11: [D]
Note o quadrilátero $PQRS$ da seguinte forma:



Aplicando o Teorema de Pitágoras no triângulo PQQ' temos:

$$hip^2 = cat^2 + cat^2$$
$$240^2 = 24^2 + x^2$$
$$x^2 = 57024$$
$$x \approx 238,8$$

Note que as circunferências possuem os seguintes comprimentos:

$$C_{PS} = 2\pi R_1 = 2 \cdot 3 \cdot 80 = 480\,\text{cm}$$

$$C_{QR} = 2\pi R_2 = 2 \cdot 3 \cdot 56 = 336\,\text{cm}$$

Logo, o valor procuradoé maior que o módulo da diferença entre os comprimentos das circunferências de raios $\overline{PS}$ e $\overline{QR}$. Observe que: $|480 - 336| = 144.$

Resposta da questão 12: [D]
De acordo com o enunciado, podemos escrever que:

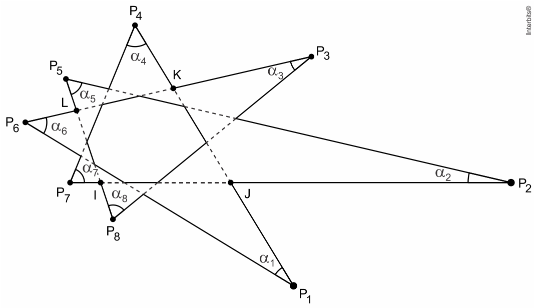
$$\frac{n(3n-1)}{2} = (2n^2 - n) + 3 \Rightarrow -n^2 + n - 6 = 0 \Rightarrow$$
$$n = \frac{-1 \pm 5}{-2} \Rightarrow n = -2 \text{ (não convém) ou } n = 3$$

Portanto, $2n = 6.$
Logo, o valor do número oblongo que corresponde ao dobro do valor de n é: $6 \cdot (6+1) = 42.$

Resposta da questão 13: [B]
Como um hexágono regular possui como soma dos ângulos internos $720°$ e cada ângulo mede $120°$ logo o ângulo B mede $120°$ e como o novo hexágono é traçado nos pontos médios temos que $A'B = BB'$ e assim o triangulo $A'B'B$ é isósceles.
Nesse sentido, sabendo que o ângulo B mede $120°$ tem-se que os outros dois ângulos possuem a mesma medida e assim:

$$A' + B' + 120° = 180° \Rightarrow \begin{cases} A' = 30° \\ B' = 30° \end{cases}$$

Resposta da questão 14: [B]
Considere o quadrilátero $IJKL$ da figura.



Dos triângulos P_1P_6K, P_2P_5I, P_3P_8L e P_4P_7J, tem-se, respectivamente, que

$$P_1\hat{K}P_6 = 180° - (\alpha_1 + \alpha_6),$$
$$P_2\hat{I}P_5 = 180° - (\alpha_2 + \alpha_5),$$
$$P_3\hat{L}P_8 = 180° - (\alpha_3 + \alpha_8)$$
e
$$P_4\hat{J}P_7 = 180° - (\alpha_4 + \alpha_7).$$

Em consequência, desde que a soma dos ângulos internos do quadrilátero $IJKL$ é igual a $360°$, vem

$$180° - (\alpha_1 + \alpha_6) + 180° - (\alpha_2 + \alpha_5) + 180° - (\alpha_3 + \alpha_8) + 180° - (\alpha_4 + \alpha_7) = 360° \Leftrightarrow$$
$$\sum_{n=1}^{8} \alpha_n = 360°.$$

Resposta da questão 15: [A]
A medida de cada ângulo interno do pentágono regular $ABCDE$ é dada por $\frac{180° \cdot (5-2)}{5} = 108°.$

Logo, sendo os triângulos ABC e BCD isósceles congruentes, temos

$$C\hat{A}B \equiv A\hat{C}B \equiv D\hat{B}C \equiv B\hat{D}C = \frac{180° - 108°}{2} = 36°.$$

Em consequência, vem $A\hat{P}B \equiv D\hat{P}C \equiv D\hat{C}P = 72°.$
Portanto, como o triângulo APB é isósceles de base PB, segue que $\overline{AP} = 2\,\text{cm}$ e, assim, pela semelhança dos triângulos ABC e BPC, encontramos

$$\frac{2 + \overline{PC}}{2} = \frac{2}{\overline{PC}} \Rightarrow \overline{PC}^2 + 2\overline{PC} - 4 = 0$$
$$\Rightarrow \overline{PC} = (-1 + \sqrt{5})\,\text{cm}.$$

A resposta é $\overline{AC} = \overline{AP} + \overline{PC} = (1 + \sqrt{5})\,\text{cm}.$

Resposta da questão 16: [E]
Se o octógono é regular, então $\overline{FG} = \overline{GH}$ e $F\hat{G}H = 135°.$
Ademais, sendo o triângulo GHI equilátero, vem $\overline{GI} = \overline{FG}$ e $H\hat{G}I = 60°.$ Em consequência, o triângulo FGI é isósceles de base FI, implicando, portanto, em $G\hat{F}I \equiv G\hat{I}F.$ Desse modo,

temos
$$\begin{aligned} F\hat{G}I &= F\hat{G}H - H\hat{G}I \\ &= 135° - 60° \\ &= 75°. \end{aligned}$$

A resposta é
$$\begin{aligned} G\hat{I}F &= \frac{1}{2} \cdot (180° - F\hat{G}I) \\ &= \frac{1}{2} \cdot 105° \\ &= 52,5°. \end{aligned}$$